

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
М52

Мерзляк, А. Г.

М52 Алгебра : 9 класс : рабочая тетрадь № 1 / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. — М. : Вентана-Граф, 2019. — 123, [5] с. : ил. — (Российский учебник).

ISBN 978-5-360-10003-4

Рабочая тетрадь содержит различные виды заданий на усвоение и закрепление нового материала, задания развивающего характера, дополнительные задания, которые позволяют проводить дифференцированное обучение.

Тетрадь используется в комплекте с учебником «Алгебра. 9 класс» (авт. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир).

Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

Условные обозначения



Простые задачи



Задачи средней сложности



Сложные задачи



Задачи для взаимоконтроля

Глава 1. Неравенства

§ 1. Числовые неравенства

Повторяем теорию

1. Заполните пропуски.

1) Число a считают больше числа b , если разность $a - b$ является _____
_____ числом.

2) Число a считают меньше числа b , если разность $a - b$ является _____
_____ числом.

3) Для любых чисел a и b справедливо одно и только одно из таких соотношений:
 a _____ b , a _____ b , a _____ b .

4) Если $a > b$, то точка, изображающая число a на координатной прямой, лежит правее точки, изображающей число _____

5) Для высказывания «не больше» используют знак _____ (читают: «_____»
_____»), а для высказывания «не меньше» — знак _____
(читают: «_____»).

6) Если a _____ b или a _____ b , то верно неравенство $a \leq b$.

7) Если a _____ b или a _____ b , то верно неравенство $a \geq b$.

8) Знаки $<$ и $>$ называют знаками _____ неравенства,
а знаки \leq и \geq называют знаками _____ неравенства.

Решаем задачи

2. Впишите в пропуск один из символов $>$, $<$ или $=$ так, чтобы получилось верное утверждение.

1) Если $m - n = -6,4$, то m _____ n .

2) Если $c - d = 0$, то c _____ d .

3) Если $b - a = 3,8$, то b _____ a .

3. О числах a и b известно, что $a > b$. Среди приведённых ниже неравенств выберите верные и запишите в ответ их номера:

1) $a - b > -10$; 2) $b - a > 32$; 3) $b - a < 4$.

Решение.

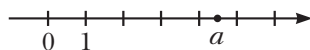
Поскольку $a > b$, то разность $a - b$ является _____
числом. Поскольку любое _____ число больше любого

_____ числа, то $a - b$ _____ -10.

Поскольку $a > b$, то $b < a$ и разность $b - a$ является _____
числом. _____

Ответ: _____

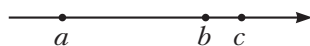
4. На координатной прямой отмечено число a .



Отметьте в пустых клетках знаком ✓ верные неравенства.

- 1) $4 - a > 0$ 2) $5 - a < 0$ 3) $a - 5 < 0$ 4) $a - 4 > 0$

5. На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Подчеркните ту из приведённых разностей, значение которой отрицательно.

- 1) $b - a$ 2) $b - c$ 3) $c - a$

6. Докажите неравенство.

1) $(m - 3)(m - 5) > m(m - 8)$

Решение.

Рассмотрим разность левой и правой частей данного неравенства:

$(m - 3)(m - 5) - m(m - 8) =$ _____

Получили, что разность левой и правой частей неравенства является _____

_____ числом при любом значении m . Следовательно,

$(m - 3)(m - 5) > m(m - 8)$.

2) $(a - 10)(a + 2) < (a - 9)(a + 1)$

Решение.

$$3) 5c^2 - 12c + 3 < (3c - 2)^2$$

Решение.

Рассмотрим разность левой и правой частей данного неравенства:

$$\begin{aligned} 5c^2 - 12c + 3 - (3c - 2)^2 &= 5c^2 - 12c + 3 - (9c^2 - 12c + 4) = \\ &= 5c^2 - 12c + 3 - 9c^2 + 12c - 4 = -4c^2 - 1 = -4c^2 + (-1). \end{aligned}$$

При любом значении c имеем: $-4c^2$ _____ 0.

Сумма _____ числа $-4c^2$ и _____
_____ числа -1 является числом _____.

Следовательно, $-4c^2 - 1$ _____ 0. Отсюда следует, что $5c^2 - 12c + 3 < (3c - 2)^2$ при любом значении c .

$$4) (2a - 1)(2a + 1) > (a - 2)(a + 2)$$

Решение.

$$5) b(b - 8) \geq -16$$

Решение.



7. Докажите неравенство.

$$1) 2b^2 - 10b + 26 > 0$$

Решение.

$$\text{Имеем: } 2b^2 - 10b + 26 = b^2 + b^2 - 10b + 25 + 1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$2) x^2 + 10y^2 \geq 6xy$$

Решение.

$$3) 8(a^2 + 5) \geq 32(a - 1)$$

Решение.

8. Сравните с нулём значение выражения.

1) $a^3 - 4a^2 + 3a - 12$, если $a \geq 4$.

Решение.

Имеем: $a^3 - 4a^2 + 3a - 12 = a^2(a - 4) + 3(a - 4) = (a - 4)(a^2 + 3)$.

Поскольку $a \geq 4$, то $a - 4$ _____ 0.

При любом значении a значение выражения $a^2 + 3$ является _____
_____ числом.

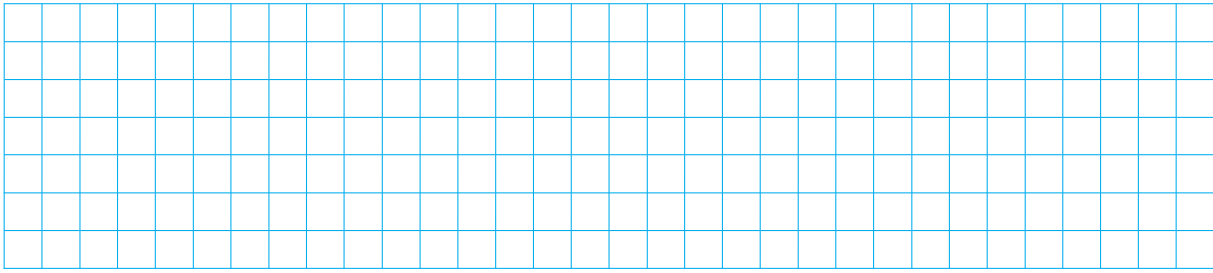
Следовательно, при $a \geq 4$ произведение $(a - 4)(a^2 + 3)$ _____ 0. Отсюда следует, что
 $a^3 - 4a^2 + 3a - 12$ _____ 0 при $a \geq 4$.

2) $\frac{2a^2 + 2}{3} - \frac{a^2 + a + 2}{6} - \frac{4a^2 + a}{9}$, если $2 < a < 3$.

Решение.

Упростим данное выражение:

$$\frac{2a^2 + 2}{3} - \frac{a^2 + a + 2}{6} - \frac{4a^2 + a}{9} = \frac{\quad}{18}$$



9. Докажите, что для всех $a \geq 0$ выполняется неравенство $\sqrt{a} \leq a + \frac{1}{4}$.

Решение.



10. Докажите неравенство.

1) $a^2 + b^2 - 18a - 16b + 145 \geq 0$

Решение.

Имеем: $a^2 + b^2 - 18a - 16b + 145 = a^2 - 18a + 81 + b^2 - 16b +$ _____

2) $10b^2 - 30bc + 25c^2 - 10b + 30 > 0$

Решение.

3) $a^2 + b^2 + c^2 > 6(4a - 2b + 5c - 68)$

Решение.

4) $a^2 + b^2 + 1 \geq a + b + ab$

Решение.

Имеем: $a^2 + b^2 + 1 - (a + b + ab) = a^2 + b^2 + 1 - a - b - ab = \frac{1}{2}(2a^2 +$ _____

11. Докажите, что если $0 < a < b$, то $a < \sqrt{ab} < b$.

Решение.

§ 2. Основные свойства числовых неравенств

Повторяем теорию

1. Заполните пропуски.

1) Если $a > b$ и $b > c$, то a _____ c .

2) Если $a > b$ и c – любое число, то $a + c$ _____ $b + c$.

3) Если любое слагаемое перенести из одной части верного неравенства в другую,

_____, то получим верное неравенство.

4) Если $a > b$ и c – положительное число, то ac _____ bc .

5) Если $a > b$ и c – отрицательное число, то ac _____ bc .

6) Если $a > b$ и $ab > 0$, то $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{b}$.

Решаем задачи

2. Известно, что $x > 3$. Отметьте в пустых клетках знаком \checkmark верные неравенства.

1) $x > 3,1$ 2) $x > 2,9$ 3) $x > -3$ 4) $x \geq 1$

3. Запишите неравенство, которое получим, если:

1) к обеим частям неравенства $-6 < 5$ прибавим число 10: _____

2) из обеих частей неравенства $-3 < 4$ вычтем число -2 : _____

3) обе части неравенства $15 > 9$ умножим на число $\frac{1}{3}$: _____

4) обе части неравенства $8 > 4$ разделим на число -2 : _____

4. Известно, что $a < b$. Сравните значения выражений:

1) $a - 12$ _____ $b - 12$; 3) $5a$ _____ $5b$; 5) $-4a$ _____ $-4b$;

2) $a + 16$ _____ $b + 16$; 4) $-a$ _____ $-b$; 6) $-\frac{a}{6}4a$ _____ $-\frac{b}{6}$.

5. Известно, что $a < c$. Какое из следующих неравенств неверно? Запишите в ответ номер этого неравенства.

1) $a - 29 < c - 29$; 2) $-\frac{a}{5} < -\frac{c}{5}$; 3) $a + 32 < c + 32$; 4) $\frac{a}{17} < \frac{c}{17}$.

Ответ: _____

6. Известно, что a и b — положительные числа и $a < b$. Отметьте в пустой клетке знаком \checkmark верное утверждение.

1) $\frac{2}{a} > \frac{2}{b}$ 3) $\frac{2}{a} = \frac{2}{b}$

2) $\frac{2}{a} < \frac{2}{b}$ 4) сравнить $\frac{2}{a}$ и $\frac{2}{b}$ невозможно

7. Известно, что a и b — положительные числа и $a > b$. Отметьте в пустой клетке знаком \checkmark верное утверждение.

1) $\frac{1}{a} > \frac{2}{b}$ 3) $\frac{1}{a} = \frac{2}{b}$

2) $\frac{1}{a} < \frac{2}{b}$ 4) сравнить $\frac{1}{a}$ и $\frac{2}{b}$ невозможно

8. Известно, что $a < b$. Расположите выражения $b + 3$, $a - 5$, $b + 9$, $a - 9$, a , b в порядке возрастания их значений.

Решение.

Имеем: $a - 9 < a - 5$, поскольку $a - 9 - (a - 5) = a - 9 - a + 5 = -4 < 0$.

$a - 5 < a$, поскольку _____
 $a < b$ по условию.

Ответ: _____

9. Известно, что $a > b > 0$. Сравните значения выражений $-9a$ и $-8b$.

Решение.

Поскольку $a > b$, то $-9a < -9b$.

Сравним значения выражений $-9b$ и $-8b$. Имеем: $-9b - (-8b) = -9b + 8b = -b$. Поскольку по условию $b > 0$, то $-b$ _____ 0. Следовательно, $-9b$ _____ $-8b$.

Имеем: $-9a < -9b$, $-9b$ _____ $-8b$. Тогда $-9a$ _____ $-8b$.

Ответ: $-9a$ _____ $-8b$.

10. Известно, что $a < b < 0$. Сравните значения выражений $5a$ и $3b$.

Решение.

Ответ: $5a$ _____ $3b$.

- ↔ 11. Известно, что $a > b$. Сравните значения выражений $7 - 3a$ и $7 - 3b$.

Решение.

Ответ: $7 - 3a$ _____ $7 - 3b$.

12. Известно, что a, b, c и d — положительные числа, причём $a < b, c > d, b < d$. Расположите выражения $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ и $\frac{1}{d}$ в порядке убывания их значений.

Решение.

Ответ: _____

↔ 13. Сравните числа a и b с числом 0, если известно, что:

1) $9a > 10a$;

Решение.

Ответ: a _____ 0.

2) $-3b < -4b$;

Решение.

Ответ: b _____ 0.

3) $\frac{a}{6} > \frac{b}{6}$ и $b > 1$;

Решение.

Ответ: a _____ 0, b _____ 0.

4) $a + 3 < b + 3$ и $b < -2$;

Решение.

Ответ: a _____ 0, b _____ 0.

5) $-10a > -10b$ и $b < -\frac{1}{3}$.

Решение.

Ответ: a _____ 0, b _____ 0.

14. Дано: $a < -3$. Докажите, что $4 - 5a > 19$.

Решение.

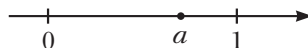
Умножив обе части неравенства $a < -3$ на число -5 , получим неравенство _____

Прибавив к обеим частям этого неравенства число 4, получим неравенство _____

15. Дано: $c \geq 2$. Докажите, что $\frac{7c-6}{4} \geq 2$.

Решение.

16. На координатной прямой отмечено число a .



Расположите выражения $a - 1$, $\frac{1}{a}$ и a в порядке возрастания их значений.

Решение.

Из рисунка следует, что $a < 1$. Вычитая из обеих частей этого неравенства число 1, получаем, что $a - 1 < 0$. Из рисунка следует, что $0 < a$. Имеем: $a - 1 < 0$ и $0 < a$. Тогда

$a - 1$ _____ a .

Поскольку $0 < a < 1$, то $\frac{1}{a}$ _____ 1.

Имеем: $a - 1$ _____ a , $a < 1$, $\frac{1}{a}$ _____ 1. Тогда можем записать ответ.

Ответ:

17. На координатной прямой отмечено число a .

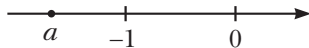


Расположите выражения $a - 1$, $\frac{1}{a}$ и a в порядке убывания их значений.

Решение.

Ответ:

18. На координатной прямой отмечено число a .



Расположите выражения a , a^2 и $\frac{1}{a}$ в порядке убывания их значений.

Решение.

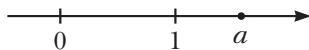
Из рисунка следует, что $a < 0$. Тогда a^2 _____ 0 .

Поскольку $a < -1$ и $a \cdot (-1) > 0$, то $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{-1}$, то есть $\frac{1}{a}$ _____ -1 .

Имеем: $a < -1$, a^2 _____ 0 , $\frac{1}{a}$ _____ -1 . Тогда можем записать ответ.

Ответ:

19. На координатной прямой отмечено число a .



Расположите выражения a , a^2 и $\frac{1}{a}$ в порядке возрастания их значений.

Решение.

Ответ:

§ 3. Сложение и умножение числовых неравенств. Оценивание значения выражения

Повторяем теорию

1. Заполните пропуски.

1) Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c$ _____ $b + d$.

2) При почленном сложении верных неравенств одного знака результатом является

3) Если $a > b$, $c > d$ и a, b, c, d — _____ числа, то ac _____ bd .