

УДК 004
ББК 32.973.202я73

Т 80 Трухин М. П. Моделирование сигналов и систем. Дифференциальные, дискретные и цифровые модели динамических систем : учебное пособие / М. П. Трухин; под научной редакцией С. В. Поршнева. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 228 с. — (Учебники для вузов. Специальная литература). — Текст : непосредственный.

ISBN 978-5-8114-3792-4

Рассмотрены методология и технология компьютерного моделирования непрерывных, дискретных и цифровых систем. Уделено внимание разработке в системе MATLAB расчетных моделей, широко используемых в радиотехнической практике электронных схем и устройств обработки сигналов.

Учебное пособие предназначено для студентов, изучающих вопросы системного моделирования и обработки сигналов, в том числе программные и аппаратные методы защиты информации в телекоммуникационных системах.

УДК 004
ББК 32.973.202я73

Обложка
Е. А. ВЛАСОВА

© Издательство «Лань», 2019
© М. П. Трухин, 2019
© Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. МЕТОДОЛОГИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	9
1.1. Компьютерная модель	9
1.1.1. Классификация компьютерных моделей	11
1.1.2. Разработка компьютерной модели	13
1.2. Пространство состояний	18
1.2.1. Управляемость состояний	21
1.2.2. Наблюдаемость состояний	22
1.2.3. Эквивалентность состояний	23
1.3. Управление временем	24
1.3.1. Виды представления времени	25
1.3.2. Организация модельного времени	27
1.4. Модели параллельных систем	31
1.4.1. Взаимодействие через события	32
1.4.2. Активности блоков	33
1.4.3. Транзактное взаимодействие	34
1.4.4. Агрегатное взаимодействие	35
1.5. Моделирование квазипараллельной обработки ...	36
1.5.1. Моделирование транзактов	38
Вопросы и упражнения к главе 1	42
2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ	44
2.1. Дифференциальные модели	44
2.1.1. Линейные дифференциальные уравнения	47
2.1.2. Математические модели электронных схем	48
2.1.3. Расчётные модели	52
2.2. Решение дифференциальной модели в MATLAB ..	54
2.2.1. Решатели ОДУ	55
2.2.2. Параметры решателей ОДУ	58
2.2.3. IVP-функция	60
2.2.4. Моделирование генератора	63
2.3. Дифференциальные модели с граничными условиями	66
2.4. Модели систем с параметрическими элементами	70
2.5. Модели систем с запаздывающим аргументом ...	73
2.6. Решение ОДУ в пакете Simulink	76
Вопросы и упражнения к главе 2	82
3. ДИСКРЕТНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	84
3.1. Дискретная линейная система	85
3.1.1. Аппаратная модель разностного уравнения	87

3.1.2. Дискретная модель в пространстве состояний	88
3.2. Z - модели	90
3.2.1. Связь z-модели с моделью переменных состояния	95
3.3. Моделирование линейных дискретных систем в MATLAB	95
3.4. Разностные схемы дифференциальных уравнений	99
3.4.1. Задачи разработки разностных схем	99
3.4.2. Устойчивость дискретных схем	103
3.5. Разностные схемы уравнений в частных производных	106
3.5.1. Двумерные разностные схемы	108
3.5.2. Решатель ЧДУ в MATLAB	113
3.6. Моделирование многомерных систем в пакете PDE	118
3.6.1. Основы метода конечных элементов	119
3.6.2. Модель ЧДУ в пакете PDE	122
3.6.3. Задача рассеяния	124
3.7. pdetool – графический инструмент решения ЧДУ-задач	128
Вопросы и упражнения к главе 3	134
4. МОДЕЛИ НЕПРЕРЫВНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ	136
4.1. Модели линейных систем	136
4.1.1. Определение линейной непрерывной системы	137
4.2. Модели на основе передаточных функций	138
4.2.1. Частотные модели	139
4.2.2. Устойчивость передаточных функций	141
4.2.3. Гармонический режим	144
4.3. Пакет Control System Toolbox	148
4.3.1. Представление линейных моделей	148
4.3.2. SISO-модели	149
4.3.3. ss -модель	152
4.3.4. tf -модель	154
4.3.5. zpk -модель	156
4.3.6. frd -модель	157
4.3.7. Применение LTI-моделей	158
4.4. LTI-объекты	163
4.5. Графические инструменты пакета CS	164
Вопросы и упражнения к главе 4	168

5. ЦИФРОВЫЕ МОДЕЛИ	170
5.1. Данные с фиксированной точностью	170
5.1.1. Масштабирование.	171
5.1.2. Точность и диапазон.	172
5.1.3. Модульная арифметика.	173
5.2. Данные с фиксированной точностью в MATLAB.	174
5.2.1. Объекты пакета <i>FP</i>	175
5.2.2. Представление числовых данных	176
5.2.3. Управление математическими операциями	177
5.2.4. Управление отображением fi -объекта	177
5.3. Квантователь в MATLAB	178
5.4. Моделирование цифровых фильтров	181
5.4.1. Структуры цифровых фильтров	182
5.4.2. Свойства <i>dfilt</i> -объектов	183
5.4.3. Моделирование внутренней арифметики.	185
5.4.4. Особенности моделирования структур	191
5.4.5. Длина слова, длина дроби и точность	192
5.5. Графические инструменты пакета Filter Design...	195
Вопросы и упражнения к главе 5	199
 ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Компьютерная модель колебательного контура.....	 201
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Компьютерная модель цифровой реализации согласованного фильтра.....	 220
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	223

ВВЕДЕНИЕ

Исследование технических устройств и систем невозможно представить без создания математических моделей. Сегодня математические модели интенсивно разрабатываются в экономике, управлении, истории, биологии и многих других областях знаний. Математическое моделирование в последние десятилетия стало самостоятельной междисциплинарной наукой с присущими ей объектами, подходами и методами исследования. Эта наука быстро развивается, вбирая в себя как результаты собственных достижений, так и результаты применения моделирования в технике, экономике, информационных технологиях и других разделах теории и практики человеческой деятельности [1].

Появление высокопроизводительных и доступных ЭВМ привело к выделению в составе математического моделирования такой науки, как *компьютерное моделирование* [2]. Огромные, почти неограниченные, а главное, постоянно увеличивающиеся возможности инструментальных средств компьютерного моделирования существенным образом изменили традиционные подходы и методы, применявшиеся всего лишь один-два десятка лет назад в разработке и исследовании математических моделей. Созданы программные системы компьютерного моделирования, вобравшие в себя передовые знания мирового уровня в той или иной области науки и техники, как, например, PSpice-подобные программы схемотехнического моделирования в радиотехнике и электронике. Широко распространены в современной инженерной деятельности универсальные системы моделирования (MATLAB, LabVIEW и др.), обладающие огромными возможностями по разработке и анализу компьютерных моделей технических систем самых различных видов.

В этих условиях всё более актуальной становится задача ознакомления студентов – будущих специалистов различного профиля – с основными понятиями, методами и инструментами компьютерного моделирования. Настоящее учебное пособие является продолжением [3] и знакомит студентов на примере использования универсальной системы моделирования MATLAB с современными методами разработки и исследования линейных и нелинейных динамических систем в их непрерывном, дискретном и цифровом вариантах.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности «Защита информации в телекоммуникационных системах», поэтому основное внимание уделено разработке моделей сигналов и процессов обработки в радиотехнических системах передачи информации. Из большого числа вопросов, связанных с применением представленных в пособии программных инструментов, были выбраны

те, которые непосредственно связаны с созданием компьютерных моделей. Вопросы формирования концептуальных моделей и теоретические вопросы получения и исследования математических моделей динамических систем рассматривались в той мере, в которой это было необходимо для объяснения особенностей функционирования программных моделей и применяемых для их анализа численных методов.

Первая глава пособия представляет собой введение в методологию компьютерного моделирования. Приведены определения понятий *компьютерная модель*, *состояние*, *пространство состояний*, *модельное время*, рассмотрены вопросы управления временем, разработки параллельных систем и организации взаимодействия их блоков при моделировании. На примере компьютерной модели колебательного контура показан весь процесс разработки и анализа программной объектно-ориентированной модели в среде MATLAB. Полный вариант текстовой части этой модели приведён в приложении.

Во второй главе содержится описание и классификация дифференциальных моделей непрерывных динамических систем. Приведена каноническая система алгебро-дифференциальных уравнений как пример универсальной модели любой радиотехнической схемы с постоянными параметрами. Показан процесс перехода от составления дифференциальной модели к *расчётной схеме* и далее к её реализации в виде компьютерной модели в системе моделирования MATLAB. Ввиду важности и широкого использования дифференциальных моделей подробно рассмотрены практические приёмы применения инструментальных средств системы MATLAB в виде *решателей* обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Показано применение решателей при моделировании систем, описываемых дифференциальными уравнениями с граничными условиями, с параметрическими коэффициентами и с запаздывающим аргументом.

В третьей главе изложены методы формирования дискретных моделей динамических систем. Дано определение *линейной дискретной модели*, *разностной схемы*, *Z-модели*. Подробно рассмотрены вопросы разработки в системе MATLAB компьютерных моделей на основе разностных схем решения дифференциальных уравнений (как обыкновенных, так и в частных производных). Приведены сведения о редко упоминаемом в учебно-методических изданиях *методе конечных элементов* для моделирования динамических процессов в многомерных средах и его реализации в виде приложения Partial Differential Equation Toolbox системы MATLAB.

Четвёртая глава посвящена разработке и исследованию компьютерных моделей линейных непрерывных систем. Выделение данного класса моделей среди других математических моделей вызвано их большой распространённостью и тем, что они обязательно присутствуют в составе математической модели практически любой

реальной системы. В качестве примера создания линейных стационарных моделей средствами объектно-ориентированного моделирования рассмотрены *LTI-объекты*. В конце главы приведены краткие сведения о графических инструментах приложения Control System Toolbox, существенно облегчающих не только исследование, но и создание компьютерных моделей систем автоматического управления.

В пятой главе дано описание цифровых моделей. Большое внимание уделено квантованию данных и представлению чисел с фиксированной точностью в системе MATLAB. На серии небольших примеров показано взаимодействие внутренних объектов-моделей, составляющих квантованный числовой *fi*-объект: это объекты *numericType*, определяющие тип и параметры квантованного числа, объекты *fiMath*, управляющие математическими операциями с числами, и объекты *fiPref*, определяющие характер отображения квантованного числа и операций над ним. Также на ряде примеров продемонстрирована методика применения модели такого важного цифрового устройства как квантователь. Рассмотрены *dfilt-объекты*, являющиеся эффективным инструментом моделирования реальных процессов в цифровых фильтрах. Из богатого арсенала моделей цифровых фильтров, имеющихся в составе приложения Filter Design Toolbox, выбраны в качестве примера модели часто применяемых нерекурсивных фильтров с прямыми структурами реализации. Глава заканчивается описанием разработки и краткого анализа модели цифровой реализации согласованного фильтра.

Каждая глава сопровождается контрольными вопросами для проверки усвоения изученного учебного материала, а также упражнениями, расширяющими и дополняющими методики моделирования, изложенные в основной части главы.

Перечень тем и программных инструментов, который был представлен выше, показывает, что основное внимание в учебном пособии уделено технологии подготовки компьютерных моделей средствами системы моделирования MATLAB. Из-за ограниченного объема за его рамками остались вопросы проведения анализа моделей, а главное, обработки его результатов для получения однозначных выводов в соответствии с поставленными целями моделирования. Предполагается, что эти вопросы могут быть рассмотрены в учебных дисциплинах, в большей степени ориентированных на прикладные задачи разработки и исследования систем.

1. МЕТОДОЛОГИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В данной главе рассматриваются основные вопросы разработки и реализации на ЭВМ моделей систем, их структура, параметры и взаимодействие с инструментальными программными средствами. Отмечены отличительные признаки временной и событийной процедур моделирования.

Напомним определение компьютерной модели как таковой (без привязки к какой-либо системе), приведённое в [3].

Компьютерная модель – это программная реализация математической модели, дополненная различными служебными программами в среде определённого программно-аппаратного комплекса (рис. 1.1). Программная составляющая представляет собой абстрактную знаковую модель, которая, с одной стороны, интерпретируется математиками и программистами как одна из форм математической модели, а с другой стороны, техническим устройством – процессором компьютера – как набор команд, моделирующих с использованием инструментальной и операционной среды реальные процессы в системе. Под компьютером здесь понимается любое устройство, состоящее из аппаратной и программной частей, способное интерпретировать и выполнять программы. Совокупность компьютера и моделирующей программы можно назвать «электронным эквивалентом изучаемого объекта».



Рис. 1.1. Составляющие компьютерной модели

До появления специализированных пакетов моделирование проводилось по технологии «математическая модель – численные методы – программная реализация», а машинные эксперименты над математической моделью называли вычислительными экспериментами. В настоящее время вычислительный эксперимент (см. п. 2.4 в учебном пособии [3]), выполняемый с использованием компьютерной модели, охватывает, кроме приведенной выше триады, и большое число информационных и сервисных модулей. Иногда их объём может быть сравним с объёмом собственно компьютерной модели.

1.1. Компьютерная модель

Компьютерная модель = математическая модель + компьютер с программным обеспечением

Обычно под моделирующей программой понимают саму программную модель и инструментальную среду, в которой она составлена

Это так называемая технология триады вычислительного эксперимента

Современная программная среда – это современные системы и пакеты моделирования

Формальная модель объекта

Экзогенные параметры – X, W, H
Эндогенные параметры – Y

Все переменные в (1.2) – векторы, а функция F_C – вектор-функция

Компьютерная модель обладает особыми свойствами по сравнению с математической моделью. Она не является просто записанной на другом языке – языке компьютера – математической моделью. Совокупность компьютера и моделирующей программы является физическим устройством, и, таким образом, компьютерные модели можно считать особым видом физических моделей.

Важнейшим достоинством компьютерных моделей является почти неограниченная сложность их построения, причём переход от простой модели к более сложной проводится в рамках одной и той же программной среды. Для практики моделирования очень важным также является разделение на «мягкую» часть (программное обеспечение), которую необходимо изменять при переходе от одной модели к другой модели, и «жесткую» часть (аппаратуру и операционную систему), которая остается неизменной.

Представим модель системы в виде набора конечных множеств (совокупностей) величин, описывающих процесс функционирования реальной системы C [4]:

$$\begin{aligned} & \text{входных воздействий на систему } x_i \in X, i = \overline{1, n_X}; \\ & \text{воздействий внешней среды } w_l \in W, l = \overline{1, n_W}; \\ & \text{внутренних параметров системы } h_k \in H, k = \overline{1, n_H}; \\ & \text{выходных характеристик системы } y_j \in Y, j = \overline{1, n_Y}. \end{aligned} \quad (1.1)$$

При моделировании системы C входные воздействия, воздействия внешней среды E и внутренние параметры системы являются независимыми (*экзогенными*) переменными, а выходные характеристики системы являются зависимыми (*эндогенными*) переменными.

Процесс функционирования системы C описывается во времени оператором F_C , который в общем случае преобразует экзогенные переменные в эндогенные переменные:

$$y(t) = F_C(x(t), w(t), h(t)) \quad \text{или} \quad y(t) = F_C(x, w, h, t). \quad (1.2)$$

Многие, особенно сложные технические, экономические и социальные системы не могут быть так строго формализованы. Тогда закон функционирования системы вместо математической модели (1.2) представляется описанием моделируемого объекта в виде его структуры, связей между компонентами, способов передачи информации. Это описание последовательно, шаг за шагом, имитирует поведение системы, поэтому такие модели называются *имитационными*.

Имитационная модель рассматривается как особая форма математической модели, в которой [5]:

- декомпозиция системы на компоненты (блоки) производится с учетом структуры изучаемого объекта;
- в качестве законов поведения могут использоваться экспериментальные данные, полученные в результате натуральных экспериментов;