

Борис Кордемский

327

**МАТЕМАТИЧЕСКИХ
СМЕКАЛОК**

**Занимательные задачи,
математические игры,
головоломки, шутки и фокусы**

Москва
Мир и Образование

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее издание представляет собой современное переиздание одноименной книги мэтра отечественной научно-популярной литературы Б. А. Кордемского (1907—1999). Эта книга неоднократно переиздавалась как в нашей стране, так и за рубежом, в течение многих лет она была и остается настольной книгой многих поколений учащихся, а также всех тех, кто увлекается математикой независимо от возраста и желает потренировать свои мышление, находчивость и изобретательность. Книга представляет собой сборник математических миниатюр — разнообразных занимательных задач, математических игр, шуток и фокусов, тренирующих и шлифующих мышление читателя.

Цель данной книги состоит в том, чтобы влюбить тех, кто ею пользуется, в древнейшую, но вечно цветущую науку — математику, мир которой полон неразгаданных и разгаданных тайн, удивительных и драматических явлений, захватывающих событий и поразительных открытий.

Легкий юмор фабулы, неожиданность ситуации в условии задачи и развязке при ее решении, стройность геометрических форм, изящество решения, в котором сочетаются простота и оригинальность методов его получения, — вот основные элементы эстетики занимательных задач «на смекалку» и одновременно возбудители сил притяжения внимания мыслящего человека.

При написании книги автор отбирал и обрабатывал многочисленные задачи, содержащиеся в отечественной и зарубежной научно-популярной литературе, и систематизировал эти задачи по главам (хотя систематизация весьма условна). Многие задачи были составлены и решены самим автором.

В конце книги приводятся ответы и подробные решения ко всем задачам, но, по мнению автора, не следует торопиться заглядывать в них. Если решить какую-то задачу не удается сразу, то можно про-

пустить ее и перейти к другой, а к пропущенной задаче вернуться позже.

Настоящая книга не предназначена для легкого чтения «в один присест», а требует работы на протяжении, быть может, ряда лет, это — книга для регулярной умственной гимнастики небольшими порциями, помощник читателя в его постепенном математическом развитии.

Весь материал книги подчинен воспитательной и образовательной цели: побудить читателя к самостоятельному творческому мышлению, к дальнейшему совершенствованию своих математических знаний.

Желаем вам успеха!

A. M. Суходский

«Книга – книгой,
А мозгами двигай»

В. Маяковский

Глава 1

ЗАТЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ

Раздел А

Проверьте свою смекалку сначала на таких задачах, для решения которых требуются лишь настойчивость, терпение, сообразительность и умение складывать, вычитать, умножать и делить целые числа.

1 Наблюдательные школьники

Школьники – мальчик и девочка – только что произвели метеорологические измерения.

Теперь они отдыхают на пригорке и смотрят на проходящий мимо них товарный поезд.

Паровоз на подъеме отчаянно дымит и пыхтит. Вдоль полотна железной дороги ровно, без порывов дует ветер.

– Какую скорость ветра показали наши измерения? – спросил мальчик.

– 7 метров в секунду.

– Сегодня мне этого достаточно, чтобы определить, с какой скоростью идет поезд.

– Ну да? – усомнилась девочка.

– А ты присмотрись повнимательнее к движению поезда.

Девочка немного подумала и тоже сообразила, в чем тут дело.



Рис. 1

А увидели они в точности то, что изображено на рис. 1. С какой же скоростью шел поезд?

2 Каменный цветок

Помните талантливого умельца мастера Данилу из сказки П. Бажова «Каменный цветок»?

Рассказывают, что Данила, будучи еще учеником, выточил два таких цветка (рис. 2), листья, стебли и лепестки которых разнимались, а из образовавшихся частей цветков можно было сложить пластиинку в форме круга.

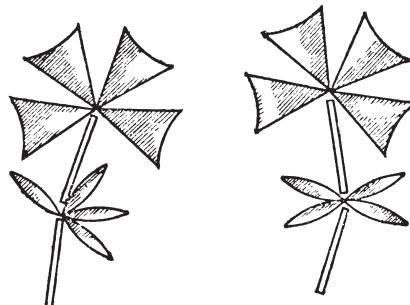


Рис. 2

Попробуйте! Перерисуйте цветочки на бумагу или картон, вырежьте лепестки, стебли и листья и сложите круг.

3 Перемещение шашек

Положите на стол 6 шашек в ряд попаременно — черную, белую, еще черную, еще белую и т. д. (рис. 3).

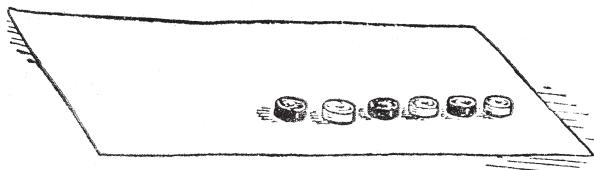


Рис. 3

Справа или слева оставьте свободное место, достаточное для четырех шашек.

Требуется переместить шашки так, чтобы слева оказались все белые, а вслед за ними все черные. При этом перемещать на свободное место нужно сразу две рядом лежащие шашки, не меняя порядка, в котором они лежат. Для решения задачи достаточно сделать три перемещения (три хода)*.

Если у вас нет шашек, воспользуйтесь монетами или нарежьте кусочки бумаги, картона.

4 В три хода

Положите на стол три кучки спичек. В одну кучку положите 11 спичек, в другую — 7, а в третью — 6. Перекладывая спички из любой кучки в любую другую, нужно сравнять все три кучки, чтобы в каждой было по 8 спичек. Это возможно, так как общее число спичек (24) делится на 3 без остатка; при этом требуется соблюдать такое правило: к любой кучке разрешается добавлять ровно столько спичек, сколько в ней есть. Например, если в кучке 6 спичек, то и добавить к ней можно только 6; если в кучке 4 спички, то и добавить к ней можно только 4.

Задача решается в три хода.

* Тема этой задачи получает дальнейшее развитие в гл. 2 (см. задачи 88 и 89).

5 Сосчитайте!

Проверьте свою геометрическую наблюдательность: сосчитайте, сколько треугольников в фигуре, изображенной на рис. 4.

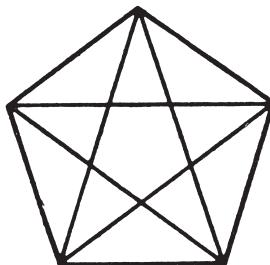


Рис. 4

6 Путь садовника

На рис. 5 изображен план небольшого яблоневого сада (точки — яблони). Садовник обработал все яблони подряд. Он начал с клетки, отмеченной звездочкой, и обошел одну за другой все клетки, как занятые яблонями, так и свободные, ни разу при этом не возвращаясь на пройденную клетку. По диагоналям он не ходил и на заштрихованных клетках не был, так как там помещались различ-

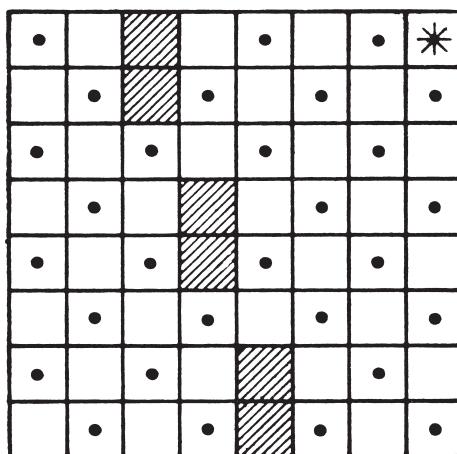


Рис. 5

ные строения. Закончив обход, садовник оказался на той же клетке, с которой начал свой путь.

Начертите в своей тетради путь садовника.

7 Надо смекнуть

В корзине лежат пять яблок. Как разделить эти яблоки между пятью девочками, чтобы каждая девочка получила по одному яблоку и чтобы одно яблоко осталось в корзине?

8 Не долго думая

Скажите, сколько в комнате кошек, если в каждом из четырех углов комнаты сидит по одной кошке, против каждой кошки сидит по три кошки и на хвосте у каждой кошки сидит по кошке?

9 Вниз – вверх

Мальчик плотно прижал грань синего карандаша к грани желтого карандаша. Один сантиметр (в длину) прижатой грани синего карандаша, считая от нижнего конца, запачкан краской. Желтый карандаш мальчик держит неподвижно, а синий, продолжая прижимать к желтому, опускает на 1 см, затем возвращает в прежнее положение, опять опускает на 1 см и снова возвращает в прежнее положение; так он 10 раз опускает и 10 раз поднимает синий карандаш (20 движений).

Если допустить, что за это время краска не высыхает и не истощается, то на сколько сантиметров в длину окажется запачканным желтый карандаш после 20-го движения?

10 Переправа через реку (старинная задача)

Небольшой воинский отряд подошел к реке, через которую необходимо было переправиться. Мост сломан, а река глубока. Как быть? Вдруг офицер замечает у берега двух мальчиков и лодку. Но лодка так мала, что на ней может переправиться только один солдат или только двое мальчиков – не больше! Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Каким образом?

Решайте эту задачу «в уме» или практически — используя шашки, спички или что-либо в этом роде и передвигая их по столу через воображаемую реку.

11 Волк, коза и капуста

Это также старинная задача, она встречается в сочинениях VIII в. и имеет сказочное содержание.



Рис. 6

Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека «никто никого не ел». Человек все-таки перевез свой груз через реку.

Как он это сделал?

12 Выкатить черные шарики

В узком и очень длинном желобе находятся 8 шариков: четыре черных слева и четыре белых чуть большего диаметра справа (рис. 7). В средней части желоба в стенке имеется небольшая ниша, в которой может поместиться только один шарик (любой). Два шарика могут расположиться рядом поперек желоба только в том месте, где находится ниша. Левый конец желоба закрыт, а в правом конце есть

отверстие, через которое может пройти любой черный шарик, но не белый. Как выкатить из желоба все черные шарики? Вынимать шарики из желоба не разрешается.



Рис. 7

13 Ремонт цепи

Знаете, над чем задумался молодой мастер (рис. 8)? Перед ним пять звеньев цепи, которые надо соединить в одну цепь, не используя дополнительных колец. Если, например, расковать кольцо 3 (одна операция) и зацепиться им за кольцо 4 (еще одна операция), затем расковать кольцо 6 и зацепиться за кольцо 7 и т. д., то всего получится восемь операций, а мастер стремится сковать цепь с помощью только шести операций. Ему это удалось. Как он действовал?



Рис. 8

14 Исправьте ошибку

Возьмите 12 спичек и выложите из них «равенство», изображенное на рис. 9.



Рис. 9

Равенство, как видите, неверное, так как получается, что $6 - 4 = 9$.

Переложите одну спичку так, чтобы получилось правильное равенство.

15 Две шутки

1°. На столе лежат три спички. Не прибавляя ни одной спички, сделайте из трех – четыре. Ломать спички нельзя.

2°. Вот еще аналогичная шутка. Вы можете ее предложить своему товарищу.

Положите на стол три спички и предложите товарищу добавить к ним еще две так, чтобы получилось восемь. Разумеется, ломать спички нельзя.

16 Три квадрата

Из 8 палочек (например, спичек), четыре из которых вдвое короче остальных четырех, требуется составить три равных квадрата.

17 Сколько деталей?

В токарном цехе завода вытачивают детали из свинцовых заготовок. Из одной заготовки – деталь. Стружки, получившиеся при изготовлении шести деталей, можно переплавить и получить еще одну заготовку. Сколько деталей можно сделать таким образом из 36 свинцовых заготовок?

18 Попробуйте!

В квадратном зале для танцев требуется поставить вдоль стен 10 кресел так, чтобы у каждой стены стояло кресел поровну.

19 Расстановка флагов

Ко дню пуска гидроэлектростанции нужно украсить ее снаружи со всех четырех сторон гирляндами, лампочками и флагштоками. Флагштоков немногого, всего 12.

Сначала расставили их по 4 с каждой стороны, как показано на схеме (рис. 10), потом сообразили, что эти же 12 флагштоков можно расставить по 5 и даже по 6 с каждой стороны. Первый проект понравился больше, и решили расставить по 5 флагштоков.

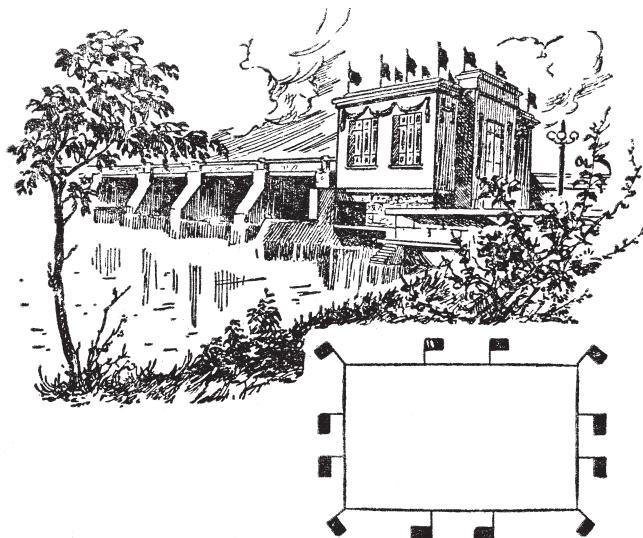


Рис. 10

Покажите на схеме, как расставили 12 флагштоков по 5 с каждой из четырех сторон и как могли бы их расставить по 6 флагштоков.

20 Сохранить четность

Возьмите 16 каких-нибудь предметов (бумажек, монет, слив или шашек) и расположите их по 4 в ряд (рис. 11). Теперь уберите 6 штук, но так, чтобы в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном ряду осталось по четному числу предметов. Убирая разные 6 штук, можно получить разные решения.

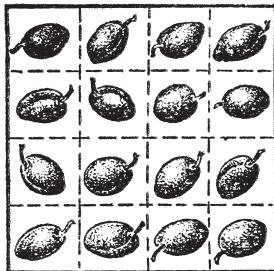


Рис. 11

21 «Волшебный» числовой треугольник

В вершинах треугольника я поместил числа 1, 2 и 3 (рис. 12), а вы разместите числа 4, 5, 6, 7, 8, 9 по сторонам треугольника так, чтобы сумма всех чисел вдоль каждой стороны треугольника была равна 17. Это нетрудно, так как я подсказал, какие числа следует поместить в вершинах треугольника.

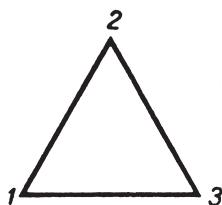


Рис. 12

Значительно дольше придется вам потрудиться, если я заранее не скажу, какие числа следует поместить в вершинах треугольника, и предложу снова разместить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, каждое по одному разу, вдоль сторон и в вершинах треугольника так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника была равна 20.

Когда получите искомое расположение чисел, поищите еще и новые расположения. Условия задачи могут выполняться при самых разнообразных расположениях чисел.

22 Как играли в мяч 12 девочек

Двенадцать девочек стали в круг и начали играть в мяч. Каждая девочка бросала мяч своей соседке слева. Когда мяч обходил весь круг,

его перебрасывали в противоположном направлении. Через некоторое время одна девочка сказала:

— Будем лучше бросать мяч через одного человека.

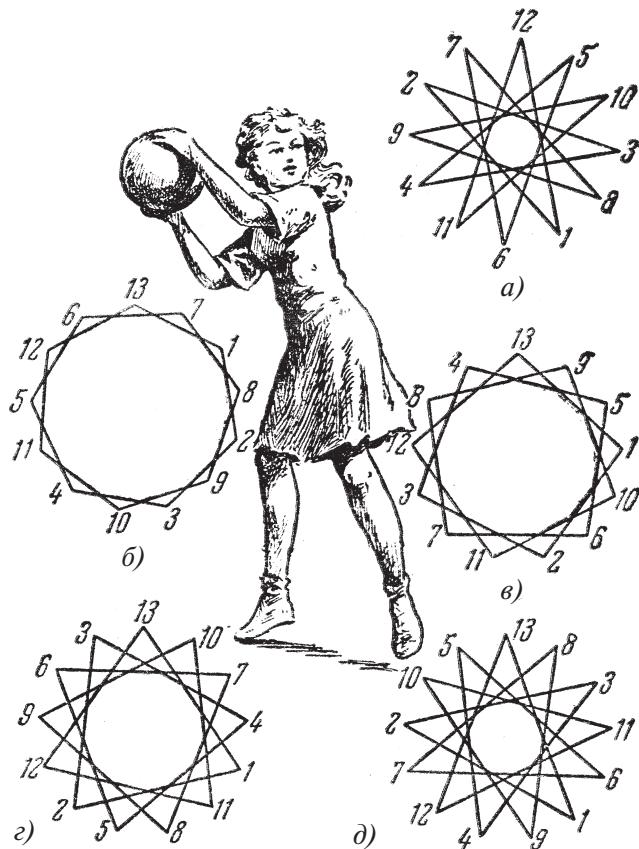


Рис. 13

- Но так как нас двенадцать, то половина девочек не будет участвовать в игре, — живо возразила Наташа.
- Тогда будем бросать мяч через двух! (Каждая третья ловит мяч.)
- Еще хуже: играть будут только четверо... Если хотите, чтобы все девочки играли, надо бросать мяч через четырех (пятая ловит). Другой комбинации нет.
- А если бросать мяч через шесть человек?

- Это будет та же самая комбинация, только мяч пойдет в противоположном направлении.
- А если играть через десять (каждая одиннадцатая ловит мяч)? — допытывались девочки.
- Таким способом мы уже играли...

Девочки стали рисовать схемы всех предлагавшихся способов игры и очень скоро убедились в том, что Наташа была права. Только одна схема игры (кроме первоначальной) охватывала всех участниц без исключения (рис. 13, *a*).

Вот если бы игравших девочек было тринадцать, то мяч можно было бы бросать и через одну (рис. 13, *б*), и через двух (рис. 13, *в*), и через трех (рис. 13, *г*), и через четырех (рис. 13, *д*), и всякий раз игра охватывала бы всех участниц. Выясните, можно ли при тринадцати играющих бросать мяч через пять человек? А можно ли бросать мяч через шесть человек при тринадцати играющих? Подумайте и для наглядности нарисуйте соответствующие схемы.

23 Четырьмя прямыми

Возьмите лист бумаги и нанесите на нем девять точек так, чтобы они расположились в форме квадрата, как показано на рис. 14. Перечеркните теперь все точки четырьмя прямыми, не отрывая карандаша от бумаги.

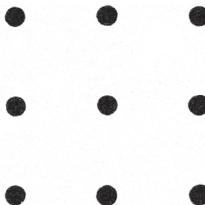


Рис. 14

24 Отделить коз от капусты

Решите теперь задачу, в некотором смысле противоположную предыдущей. Там мы соединяли точки прямыми, а здесь требуется провести три прямые так, чтобы отделить коз от капусты (рис. 15).

На рисунке в книге проводить прямые не следует. Перерисуйте схему расположения коз и капусты в тетрадь и после этого попробуйте

решить задачу. Можно совсем не проводить прямых, а воспользоваться вязальными спицами или тонкими проволочками.

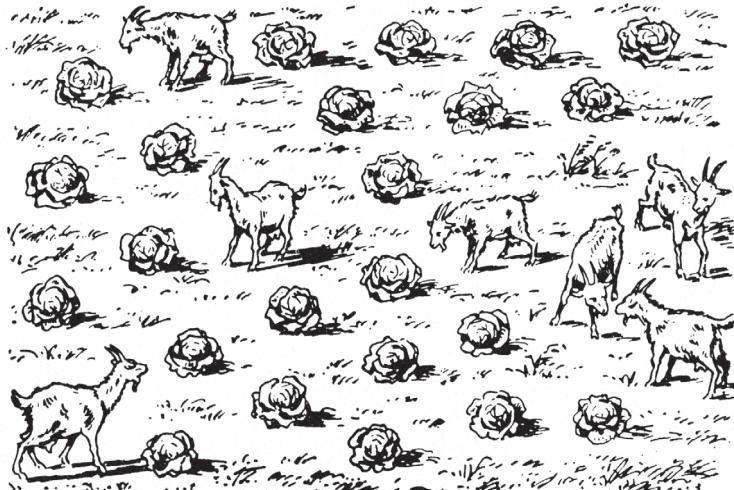


Рис. 15

25 Два поезда

Поезд вышел из Москвы в Санкт-Петербург и шел без остановок со скоростью 60 км/ч. Другой поезд вышел ему навстречу из Санкт-Петербурга в Москву и также шел без остановок, но со скоростью 40 км/ч.

На каком расстоянии будут эти поезда за 1 ч до их встречи?

26 Во время прилива (шутка)

Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду веревочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек; расстояние между ступеньками 30 см. Самая нижняя ступенька касается поверхности воды. Океан сегодня очень спокоен, но начинается прилив, который поднимает воду за каждый час на 15 см. Через какое время покроется водой третья ступенька веревочной лесенки?

27 Циферблат

1°. Разделить циферблат часов (рис. 16) двумя прямыми на три части так, чтобы, сложив числа, в каждой части получить одинаковые суммы.

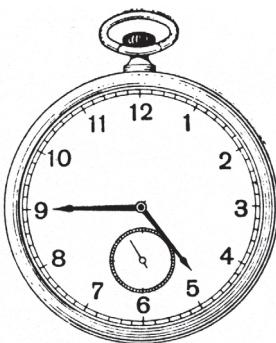


Рис. 16

2°. Можно ли этот циферблат разделить на шесть частей так, чтобы в каждой части находились два числа, причем суммы этих двух чисел в каждой из шести частей были бы равны между собой?

28 Сломанный циферблат

В музее я видел старинные часы с римскими цифрами на циферблате, причем вместо знакомой нам записи числа четыре (IV) стояли четыре палочки (III). Трещины, образовавшиеся на циферблете, делили его на четыре части, как изображено на рис. 17. Суммы чисел в каждой части оказались неодинаковыми: в одной — 21, в другой — 20, в третьей — 20, в четвертой — 17.

Я заметил, что при несколько ином расположении трещин сумма чисел в каждой из четырех частей циферблата была бы равна 20. При новом расположении трещин они могут и не проходить через центр циферблата. Перерисуйте циферблат в тетрадь и найдите это новое расположение трещин.

29 Три в ряд

Расположите на столе 9 пуговиц в форме квадрата по три пуговицы на каждой стороне и одну в центре (рис. 18). Если вдоль какой-нибудь прямой располагаются две пуговицы или более, то такое рас-

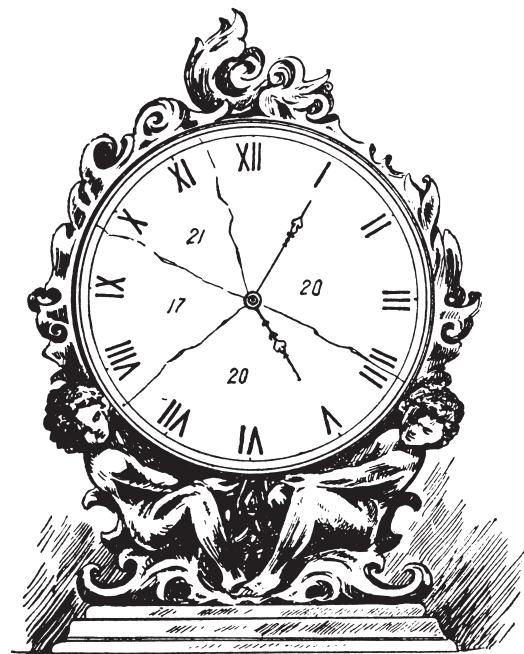


Рис. 17

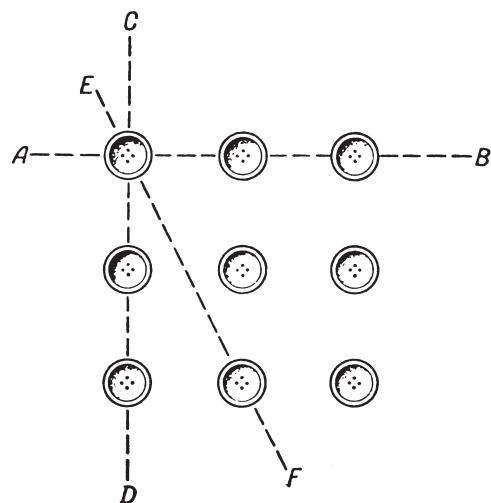


Рис. 18

ОГЛАВЛЕНИЕ

Задачи Решения

Предисловие	3
-------------------	---

Глава 1. Затейные задачи

1. Наблюдательные школьники.....	5	301
2. Каменный цветок	6	301
3. Перемещение шашек	7	301
4. В три хода.....	7	302
5. Сосчитайте!.....	8	302
6. Путь садовника	8	302
7. Надо смекнуть	9	302
8. Недолго думая.....	9	303
9. Вниз – вверх	9	303
10. Переправа через реку (старинная задача).....	9	303
11. Волк, коза и капуста	10	303
12. Выкатить черные шарики	10	305
13. Ремонт цепи.....	11	305
14. Исправьте ошибку	11	306
15. Две шутки.....	12	306
16. Три квадрата.....	12	306
17. Сколько деталей	12	307
18. Попробуйте!	12	307
19. Расстановка флагжков	13	307
20. Сохранить четность	13	307
21. «Волшебный» числовой треугольник	14	307
22. Как играли в мяч 12 девочек	14	308
23. Четырьмя прямыми	16	308
24. Отделить коз от капусты.....	16	309
25. Два поезда	17	309
26. Во время прилива (шутка).....	17	309
27. Циферблат.....	18	309
28. Сломанный циферблат.....	18	310

29. Три в ряд.....	18	310
30. Десять рядов.....	20	311
31. Расположение монет	20	311
32. От 1 до 19	21	311
33. Быстро, но осторожно	21	311
34. Фигурный рак	22	312
35. Стоимость тетради.....	23	313
36. Беспокойная муха.....	23	313
37. Был ли такой год?	23	313
38. Две шутки.....	23	313
39. Сколько мне лет?	24	313
40. Оцените «на взгляд»	24	313
41. Скоростное сложение.....	25	313
42. В какой руке? (математический фокус)	27	314
43. Сколько их?	27	314
44. Однаковыми цифрами	27	314
45. Сто	27	314
46. Двадцать	27	314
47. Сколько маршрутов?	28	315
48. Изменить расположение чисел	29	316
49. Разные действия, один результат	29	317
50. Девяносто девять и сто	30	317
51. Разборная шахматная доска	30	317
52. Поиски мины.....	31	318
53. Собрать в группы по две.....	32	318
54. Собрать в группы по три	33	319
55. Часы остановились	33	319
56. Четыре действия арифметики	33	319
57. Озадаченный шофер.....	34	319
58. Для гидроузла.....	35	320
59. Хлебосдачу вовремя.....	35	320
60. В дачном поезде	35	320
61. От 1 до 1 000 000 000.....	35	321
62. Часы	36	321
63. Лестница	36	321
64. Головоломка	37	321
65. Интересные дроби	37	321
66. Какое число?.....	37	321
67. Путь школьника	37	321
68. На стадионе.....	37	321
69. Выгадал ли?.....	37	322

70. Будильник	38	322
71. Вместо мелких долей крупные	38	322
72. Бруск мыла	38	323
73. Арифметические орешки	39	323
74. Дроби – домино	40	324
75. Средняя скорость	41	324
76. Спящий пассажир	41	324
77. Какова длина поезда?	41	324
78. Велосипедист	41	324
79. Соревнование	41	325
80. Кто прав?	42	325

Глава 2. Затруднительные положения

81. Кот и мыши	43	326
82. Спички вокруг монеты	44	326
83. Жребий пал на чиза и малиновку	44	326
84. Разложить монеты	45	326
85. Задача, возникшая из каприза трех девочек	45	326
86. Дальнейшее развитие задачи	46	327
87. Прыгающие шашки	46	329
88. Белое и черное	47	329
89. Усложнение задачи	47	329
90. Карточки укладываются по порядку номеров	47	329
91. Две головоломки расположения	48	329
92. Отважный «гарнizon»	48	331
93. Размещение подопытных кроликов	49	332
94. Подготовка к празднику	50	333
95. Рассадить дубки по-другому	52	333
96. Геометрические игры	52	334
97. Чет и нечет (головоломка)	55	334
98. Ходом коня	56	335
99. Перемещение шашек (две головоломки)	57	335
100. Оригинальная группировка целых чисел от 1 до 15	58	336
101. Восемь звездочек	58	336
102. Две задачи на расстановку букв	59	336
103. Последняя фишка	59	338
104. Кольцо из дисков	60	338
105. Задача-шутка	61	339
106. Сто сорок пять дверей (головоломка)	62	339
107. Как узник вышел на свободу?	63	339

Глава 3. Геометрия на спичках

108. Пять головоломок.....	68	340
109. Еще пять головоломок.....	69	340
110. Из девяти спичек	69	342
111. Спираль	70	342
112. Снять две спички	70	342
113. Фасад «дома»	70	342
114. Шутка	71	342
115. Треугольники	71	342
116. Сколько спичек надо убрать?	71	343
117. Шутка	71	343
118. «Изгородь»	72	343
119. Шутка	72	344
120. «Стрела»	72	344
121. Квадраты и ромбы	73	344
122. В одной фигуре разные многоугольники.....	73	344
123. Планировка сада	73	345
124. На равновеликие части	74	345
125. Паркет	75	346
126. Отношение площадей сохраняется.....	75	346
127. Найти очертание фигуры.....	75	346
128. Найти доказательство	75	346
129. Построить и доказать.....	76	347

Глава 4. Семь раз отмерь, один раз отрежь

130. На равные части.....	77	348
131. Семь розочек на торте	79	349
132. Фигуры, потерявшие свое очертание.....	79	349
133. Посоветуйте	80	351
134. Без потерь!.....	80	351
135. Светомаскировка	82	352
136. Как разрезать доски?	82	352
137. Все идет в дело	83	352
138. Головоломка	83	353
139. Разрубить подкову	84	353
140. В каждой части – дырка	84	353
141. Из «кувшина» – квадрат	84	354
142. Квадрат из буквы «Е».....	85	354
143. Красивое превращение.....	86	354
144. Восстановление ковра	86	355
145. Выручайте беднягу!.....	87	355

146. Задача столяра.....	87	356
147. И у скорняка геометрия!.....	88	356
148. Еще больше!	88	357
149. Превращение многоугольника в квадрат.....	89	357
150. Превращение правильного шестиугольника в правильный треугольник	91	358

Глава 5. Умение везде найдет применение

151. Где находится цель?	93	359
152. Пять минут на размышление	94	359
153. Непредвиденная встреча	94	359
154. Попробуйте отвесить	95	360
155. Передача.....	95	360
156. Семь треугольников.....	95	360
157. Полотна художника	96	360
158. Сколько весит бутылка?	96	361
159. Кубики.....	97	362
160. Банка с дробью.....	97	362
161. Куда пришел сержант?	98	363
162. Определить диаметр бревна	98	363
163. Неожиданное затруднение	99	363
164. Можно ли получить 100 % экономии?	99	363
165. На пружинных весах.....	99	364
166. Конструкторская смекалка.....	100	365
167. Мишина неудача.....	100	365
168. Найти центр окружности	102	366
169. Какой ящик тяжелее?	102	367
170. Искусство столяра.....	102	367
171. Геометрия на шаре	103	367
172. Нужна большая смекалка	103	368
173. Трудные условия	104	369
174. Сборные многоугольники	104	370

Глава 6. Домино и кубик

175. Сколько очков?	109	371
176. Два фокуса.....	109	371
177. Выигрыш партии обеспечен.....	110	371
178. Рамка	112	371
179. Рамка в рамке	112	371
180. «Окошки»	113	373
181. Волшебные квадраты из костей домино.....	113	373
182. Волшебный квадрат с отверстием.....	116	375

183. Умножение в домино	117	376
184. Отгадать задуманную кость домино	118	376
185. Арифметический фокус с игральными кубиками	121	376
186. Отгадывание суммы очков на скрытых гранях	121	376
187. В каком порядке расположены кубики?	122	377

Глава 7. Свойства девятки

188. Какая цифра зачеркнута?	125	378
189. Скрытое свойство	127	378
190. Еще несколько забавных способов отыскания отсутствующего числа	128	379
191. По одной цифре результата определить остальные три	130	380
192. Отгадывание разности	130	380
193. Определение возраста	130	381
194. В чем секрет?	130	381

Глава 8. С алгеброй и без нее

195. Взаимная помощь	133	382
196. Смышленый малыш	133	382
197. Охотники	133	382
198. Встречные поезда	134	382
199. Вера набирает рукопись	134	382
200. История с грибами	135	383
201. Кто вернется раньше?	136	383
202. Пловец и шляпа	136	384
203. Два теплохода	137	385
204. Проверьте свою смекалку!	137	385
205. Во сколько раз больше?	137	386
206. Теплоход и гидросамолет	138	386
207. Велофигуристы на арене	138	386
208. Скорость работы токаря	139	387
209. Поездка Джека Лондона	139	387
210. Из-за неудачных аналогий возможны ошибки	140	388
211. Юридический казус	141	389
212. Парами и тройками	142	389
213. Кто ехал на лошади?	142	390
214. Два мотоциклиста	142	390
215. В каком самолете Володин папа?	142	390
216. Раздробить на части	143	391
217. Две свечи	143	391
218. «Верное время»	144	391
219. Часы	144	392

220. В котором часу?	144	392
221. Когда началось и окончилось совещание?	145	393
222. Сержант тренирует разведчиков	145	394
223. По двум сообщениям.....	146	395
224. Сколько построили новых станций?	146	395
225. Выбрать четыре слова	146	396
226. Допустимо ли такое взвешивание?	147	396
227. Слон и комар.....	148	397
228. Пятизначное число	149	398
229. Лет до ста рости без старости.....	149	398
230. Задача Люка	151	398
231. Своебразная прогулка.....	152	399

Глава 9. Математика почти без вычислений

232. В темной комнате	153	402
233. Яблоки.....	154	402
234. Прогноз погоды (шутка).....	154	402
235. День леса	154	402
236. У кого какое имя?	155	402
237. Состязание в меткости	156	402
238. Покупка.....	156	403
239. Пассажиры одного купе	157	403
240. Воскресник	157	404
241. Уголовная история.....	158	404
242. Сборщики трав	158	405
243. Скрытое деление.....	159	405
244. Зашифрованные действия (числовые ребусы)	160	406
245. Арифметическая мозаика.....	162	408
246. Мотоциclist и верховой.....	163	411
247. Пешком и на автомобиле	163	411
248. «От противного»	163	411
249. Обнаружить фальшивую монету	164	411
250. Логическая ничья.....	165	413
251. Три мудреца.....	165	414
252. Пять вопросов для школьников.....	165	414
253. Рассуждения вместо уравнения	167	414
254. По здравому смыслу	168	415
255. Да или нет?.....	168	415

Глава 10. Математические игры и фокусы

256. 11 предметов.....	170	417
257. Взять спички последним	171	417

258. Побеждает чет	171	418
259. Как выиграть?	171	—
260. Выложить квадрат.....	172	—
261. Кто первый скажет «сто»?	173	420
262. Игра в квадраты	173	421
263. «Математико» (итальянская игра)	177	421
264. Игра в волшебные квадраты.....	178	—
265. Пересечение чисел.....	180	—
266. Угадывание задуманного числа (7 фокусов)	185	423
267. Угадать результат вычислений, ничего не спрашивая.....	190	425
268. Кто сколько взял, я узнал	191	425
269. Одна, две, три попытки... и я угадал	192	426
270. Кто взял резинку, а кто карандаш?.....	192	426
271. Угадывание трех задуманных слагаемых и суммы....	193	426
272. Угадать несколько задуманных чисел	193	426
273. Сколько вам лет?.....	195	427
274. Угадать возраст.....	195	427
275. Геометрический фокус (загадочное исчезновение)...	195	427

Глава 11. Делимость чисел

276. Число на гробнице.....	198	429
277. Подарки к Новому году	199	429
278. Может ли быть такое число?	199	429
279. Корзина яиц (из стариинного французского задачника)...	199	429
280. Трехзначное число	200	429
281. Четыре теплохода.....	200	429
282. Ошибка кассира.....	200	430
283. Числовой ребус	200	430
284. Признак делимости на 11	200	430
285. Объединенный признак делимости на 7, 11 и 13	203	430
286. Упрощение признака делимости на 8	204	430
287. Поразительная память.....	205	431
288. Объединенный признак делимости на 3, 7 и 19	207	431
289. Делимость двучлена.....	207	432
290. Старое и новое о делимости на 7	211	—
291. Распространение признака на другие числа.....	215	—

Глава 12. Кросс-суммы и волшебные квадраты

292. Интересные группировки.....	218	433
293. «Звездочка»	219	433
294. «Кристалл»	219	433

295. Украшение для витрины.....	220	433
296. Кому удастся раньше?	221	433
297. «Орнамент»	221	433
298. Пришельцы из Китая и Индии	222	435
299. Как самому составить волшебный квадрат?	225	436
300. На подступах к общим методам	228	436
301. Экзамен на смекалку	232	437
302. «Волшебная» игра в «15».....	232	438
303. Нетрадиционный волшебный квадрат	234	440
304. Что в центральной клетке?	235	440
305. «Волшебные» произведения.....	236	441
306. «Шкатулка» арифметических курьезов.....	239	—

Глава 13. Курьезное и серьезное в числах

307. Десять цифр (наблюдения)	243	442
308. Еще несколько занятных наблюдений	244	443
309. Два интересных опыта	247	443
310. Числовая «карусель»	249	—
311. Узоры цифр.	253	444
312. Одна за всех.....	255	445
313. ... и все за одну	257	446
314. Числовые находки	258	446
315. Наблюдая ряд натуральных чисел.....	263	447

Глава 14. Числа древние, но вечно юные

316. Числа простые и составные	274	—
317. «Эратосфено решето»	275	—
318. Новое «решето» для простых чисел.....	277	449
319. Полсотни первых простых чисел	278	—
320. Еще один способ получения простых чисел.....	278	—
321. Сколько простых чисел?.....	279	—
322. Публичное испытание	280	—
323. Ряд Фибоначчи	283	—
324. Парадокс	285	450
325. Свойства чисел ряда Фибоначчи	287	—
326. Свойства фигурных чисел	292	—
327. Пифагоровы числа.....	298	—