Оглавление

Предисловие... 4
Глава 1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ 5
§ 1. Предмет и история развития исследования операций.......................... 5
§ 2. Основные понятия и принципы 6
§ 3. Задачи исследования операций.. 7
§ 4. Оптимизационные задачи.. 9
Глава 2. ОСНОВЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ................ 13
§ 1. Методы линейного программирования 13
§ 2. Каноническая задача минимизации 15
§ 3. Графический метод решения задач
линейного программирования 17
§ 4. Симплекс-метод.. 23
§ 5. Транспортная задача 39
Глава 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ 44
§1. Основные понятия.. 44
§2. Классические методы оптимизации.. 45
Глава 4. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ.. 56
§ 1. Терминология 56
§ 2. Матрицы графов.. 60
§ 3. Методы оптимизации решения задач на графах.................................. 62
Глава 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПЕРАЦИЙ
С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАКЕТОВ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ 70
§ 1. Примеры решения задач линейного программирования
в среде MathCad... 70
§ 2. Примеры решения задач линейного программирования
в среде Excel... 82
§ 3. Примеры решения задач линейного программирования
с помощью математического пакета MatLab 91
§ 4. Примеры решения задач линейного программирования
в пакете Maple.. 99
УПРАЖНЕНИЯ.. 105
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.. 112

Глава 2. ОСНОВЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

§ 1. Методы линейного программирования

Дать исчерпывающее определение задачи линейного программирования не так просто. Ниже мы приведем пример задачи данного типа и продемонстрируем разбор этой задачи.

Линейное программирование — это раздел математики, ориентированный на нахождение экстремума (максимума или минимума) в задачах, которые описываются линейными уравнениями. Причем линейными уравнениями описывается как сама целевая функция, так и входные параметры (переменные) условия ограничений на входные параметры. Необходимым условием задач линейного программирования является обязательное наличие ограничений на ресурсы. Другим важным условием решения задачи является выбор критерия останова алгоритма, т. е. целевая функция должна быть оптимальна в некотором смысле. Оптимальность целевой функции должна быть выражена количественно. Если целевая функция представлена одним или двумя уравнениями, то на практике такие задачи решаются достаточно легко.

К основным задачам линейного программирования относятся так называемые стандартные задачи минимизации (или максимизации), а также канонические задачи минимизации (или максимизации). Для краткости будем иногда называть их стандартными, а также каноническими.

Пусть даны арифметическое n-мерное векторное пространство R^n над полем R вещественных чисел и следующая система линейных неравенств:

$$\begin{cases} \alpha_{11}x_1 + \ldots + \alpha_{1n}x_n \geq \beta_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{m1}x_1 + \ldots + \alpha_{mn}x_n \geq \beta_m; \end{cases} \tag{2.1}$$

$$x_1 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0, \tag{2.2}$$

где $a_{ij} \in R$; $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$; $\beta_i \in R$; $x = (x_1, \ldots, x_n) \in R^n$.

Глава 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

§ 1. Основные понятия

Нелинейное программирование — раздел математического программирования, изучающий задачи отыскания глобального экстремума фиксированной (целевой) функции при наличии ограничений в ситуации, когда целевая функция и ограничения имеют общий характер (не предполагаются линейными).

В общем виде *задача нелинейного программирования* формулируется следующим образом: найти такие значения x_1^*, x_2^*, …, x_n^*, неизвестных переменных x_1, x_2, …, x_n, доставляющие экстремум целевой функции вида

$$z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to \text{ecxtr}$$

и удовлетворяющие системе ограничений

$$\begin{cases} g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) = b_i\,, i = 1, \ldots, k, \\ g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq b_i\,, i = 1 + k, \ldots, l, \\ g_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq b_i\,, i = 1 + l, \ldots, m, \end{cases}$$

где x_i, j = 1, …, m — переменные; f, g_j, j = 1, …, m — заданные функции n переменных; b_j , j = 1, …, m — заданные числа.

Двойственная задача нелинейного программирования формулируется следующим образом.

При условиях

$$g_i\left(x_1, \ldots, x_n\right) \leq 0\,, \quad i = 1, \ldots, m\,;$$

найти максимум функции

$$\varphi\left(x_1, \ldots, x_n\right).$$

Система ограничений может включать также условия неотрицательности переменных, если такие условия имеются.

Глава 4. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ

§ 1. Терминология

Граф — это математическое понятие, которое служит для моделирования связей между объектами.

Начало теории графов было положено Л. Эйлером, опубликовавшим в 1736 г. решение задачи о кенигсбергских мостах. Дальнейшие шаги в развитии этой теории были сделаны Г. Кирхгофом и А. Кэли спустя более ста лет. К этому же времени относится появление проблемы четырех красок. Сам термин «граф» введен в употребление в 1936 г. венгерским математиком Д. Кёнигом.

Пусть $V = \{v_1, ..., v_p\}$ – произвольное конечное множество, и пусть

$$\alpha : V \times V \to \boldsymbol{N} \cup \{0\},$$

где $\boldsymbol{N}$ — множество всех натуральных чисел.

Упорядоченная пара $G = <V, \alpha>$ называется *псевдографом*, если

$$\alpha(v_i, v_j) = \alpha(v_j, v_i), \quad \forall v_i, v_j \in V. \tag{4.1}$$

Элементы множества V называются *вершинами* псевдографа. Число элементов множества V называется *порядком псевдографа* G и обозначается $|G|$.

Вершины v_i и v_j называются *смежными*, если $\alpha(v_i, v_j) > 0$.

Множество $\{v_i, v_j\}$, состоящее из двух смежных вершин, называется *ребром*.

Ребро $\{v_i, v_j\}$, у которого $v_i = v_j$, называется *петлей*. Число $\alpha(v_i, v_j) > 0$ называют *кратностью* ребра $\{v_i, v_j\}$. Ребро $\{v_i, v_j\}$ называют *кратным*, если $\alpha(v_i, v_j) > 1$.