

УДК 51  
ББК 22.1  
У64

Copyright © Michael O'Mara Books Limited  
В оформлении обложки использована фотография:  
frankie's / Shutterstock.com  
Используется по лицензии от Shutterstock.com

**Уорринг, Крис.**  
У64 Математика на ладони / Крис Уорринг ; [перевод с  
английского М.А. Райтмана]. — Москва : Эксмо, 2020. —  
304 с. — (Краткая история).

ISBN 978-5-04-103031-5

Математику часто называют самым трудным, сложным предметом для изучения, многие признаются в страхе перед ней. В книге «Математика на ладони» Крис Уорринг доказывает, что математику легко понять и изучить, следуя определенной системе.

Каждая глава знакомит читателя с одной темой или теорией, демонстрируя, как овладеть ею с помощью проработанных проблем и примеров из жизни.

УДК 51  
ББК 22.1

© Райтман М.А., перевод на русский язык, 2020  
ISBN 978-5-04-103031-5 © Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	7
<b>ЧАСТЬ I. ЧИСЛА</b>	11
ГЛАВА 1. ТИПЫ ЧИСЕЛ	13
ГЛАВА 2. МАТЕМАТИКА КАНТОРА	23
ГЛАВА 3. АРИФМЕТИКА	29
ГЛАВА 4. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ	37
ГЛАВА 5. ВЫЧИТАНИЕ И ДЕЛЕНИЕ	47
ГЛАВА 6. ДРОБИ И ПРОСТЫЕ ЧИСЛА	55
ГЛАВА 7. ДВОИЧНЫЕ ЧИСЛА	69
ГЛАВА 8. ПОГРЕШНОСТЬ	79
ГЛАВА 9. СТЕПЕНИ	87
<b>ЧАСТЬ II. СООТНОШЕНИЯ, ПРОПОРЦИИ И СКОРОСТЬ ИЗМЕНЕНИЯ</b>	101
ГЛАВА 10. ПРОЦЕНТЫ	103
ГЛАВА 11. СОСТАВНЫЕ ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ	115
ГЛАВА 12. ПРОПОРЦИИ	125
ГЛАВА 13. СООТНОШЕНИЕ	137

<b>ЧАСТЬ III. АЛГЕБРА</b>	143
ГЛАВА 14. ОСНОВЫ	145
ГЛАВА 15. ОПТИМИЗАЦИЯ	163
ГЛАВА 16. АЛГОРИТМЫ	175
ГЛАВА 17. ФОРМУЛЫ	187
<b>ЧАСТЬ IV. ГЕОМЕТРИЯ</b>	203
ГЛАВА 18. ПЛОЩАДЬ И ПЕРИМЕТР	205
ГЛАВА 19. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА	225
ГЛАВА 20. ОБЪЕМ	235
<b>ЧАСТЬ V. СТАТИСТИКА</b>	243
ГЛАВА 21. СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ	245
ГЛАВА 22. ПОКАЗАТЕЛИ РАЗБРОСА ДААННЫХ	251
ГЛАВА 23. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ	259
ГЛАВА 24. КОРРЕЛЯЦИЯ	265
<b>ЧАСТЬ VI. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b>	273
ГЛАВА 25. ВЕРОЯТНОСТЬ	275
ГЛАВА 26. КОМБИНАЦИИ И ПЕРЕСТАНОВКИ	285
ГЛАВА 27. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА	291
ПОСЛЕСЛОВИЕ	296
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	298

## ВВЕДЕНИЕ

**Э**ту книгу я мог бы начать с утверждения, что математика окружает нас повсюду, и потом долго и нудно распространяться о том, как она важна. Это действительно так, и вы наверняка уже слышали об этом, но вряд ли это главная причина, по которой вы взяли в руки мою книгу.

Можно начать с того, что математические знания высоко ценятся на рынке труда, тем более учитывая доминирующую роль технологий в современном мире. Люди с техническим складом ума и вправду делают хорошую карьеру, но, честно говоря, эта книга не решит проблему вашего трудоустройства.

Я скажу одно, математике можно научиться. Многие испытывают перед ней ужас. Это словно

болезнь — один заболевает и заражает остальных. Родители, друзья, учителя и многие другие заставляют нас поверить в то, что математика только для избранных, для тех, кому повезло родиться с активным правым полушарием мозга. Эта наука дается им без труда, заставляя остальных чувствовать себя идиотами.

Однако не спешите считать свой случай безнадежным.

При желании освоить математику может каждый. Да, как и любой навык, это потребует времени и усилий. Да, одним она дается проще, чем другим, как и большинство наук. Я подозреваю, что у вас не так много времени, поэтому идея заключается в том, чтобы разбить важную информацию на легко усваиваемые фрагменты. Вы можете разбирать их по частям. Каждый последующий фрагмент базируется на предыдущем, так что вы легко можете взять на вооружение некоторые концепции, которые помогут вам понять мир вокруг.

Я разделил книгу на несколько частей. Многие моменты, о которых мы будем говорить, вы наверняка помните еще со школы, но моя цель — познакомить вас с действительно заслуживающими внимания аспектами, с которыми вам навряд ли довелось столкнуться.

Кроме того, чтобы разбавить повествование, я включил в книгу несколько забавных историй о том, как совершались знаменитые открытия и как из-за ошибок ситуация выходила из-под контроля.

Эти занимательные случаи показывают, что математика — наука с богатой историей, а также ярко описывают то, как наши предки познавали мир. Вы увидите, что великим математикам приходилось упорно трудиться, чтобы совершить свои открытия.

Так что приготовьтесь к интеллектуальному пиршеству. Надеюсь, у вас проснулся аппетит!





**ЧАСТЬ I**

**ЧИСЛА**



$\Delta y = (x + \Delta x)^2 - x^2 = 2x\Delta x + \Delta x^2$   
 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$

$d(\arctg x) = \frac{1}{1+x^2} dx$   
 $d(\arctg 2x) = \frac{2}{1+4x^2} dx$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f(\frac{k}{n}) = \int_0^1 f(x) dx$

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$   
 $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

$\sum_{k=1}^n \sin kx = \frac{\sin \frac{n+1}{2} x \sin \frac{n}{2} x}{\sin \frac{x}{2}}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{4}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{4}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x dx = \frac{1}{2}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^2 x dx = \frac{\pi}{16}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx = \frac{2}{3}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx = \frac{2}{3}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx = \frac{3\pi}{16}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx = \frac{3\pi}{16}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x dx = \frac{8}{15}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx = \frac{8}{15}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx = \frac{5\pi}{32}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x dx = \frac{5\pi}{32}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x dx = \frac{16}{105}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x dx = \frac{16}{105}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x dx = \frac{7\pi}{256}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^8 x dx = \frac{7\pi}{256}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 x dx = \frac{256}{63}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^9 x dx = \frac{256}{63}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{10} x dx = \frac{63\pi}{2048}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{10} x dx = \frac{63\pi}{2048}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{11} x dx = \frac{512}{1155}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{11} x dx = \frac{512}{1155}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{12} x dx = \frac{11\pi}{4096}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{12} x dx = \frac{11\pi}{4096}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{13} x dx = \frac{2048}{135135}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{13} x dx = \frac{2048}{135135}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{14} x dx = \frac{6435\pi}{10737408}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{14} x dx = \frac{6435\pi}{10737408}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{15} x dx = \frac{131072}{20901875}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{15} x dx = \frac{131072}{20901875}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{16} x dx = \frac{143\pi}{131072}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{16} x dx = \frac{143\pi}{131072}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{17} x dx = \frac{2684288}{177147000}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{17} x dx = \frac{2684288}{177147000}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{18} x dx = \frac{128\pi}{2684288}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{18} x dx = \frac{128\pi}{2684288}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{19} x dx = \frac{1048576}{131072000}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{19} x dx = \frac{1048576}{131072000}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{20} x dx = \frac{128\pi}{65536}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{20} x dx = \frac{128\pi}{65536}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{21} x dx = \frac{1048576}{131072000}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{21} x dx = \frac{1048576}{131072000}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{22} x dx = \frac{128\pi}{131072}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{22} x dx = \frac{128\pi}{131072}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{23} x dx = \frac{1048576}{131072000}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{23} x dx = \frac{1048576}{131072000}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{24} x dx = \frac{128\pi}{2684288}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{24} x dx = \frac{128\pi}{2684288}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{25} x dx = \frac{1048576}{131072000}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{25} x dx = \frac{1048576}{131072000}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{26} x dx = \frac{128\pi}{65536}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{26} x dx = \frac{128\pi}{65536}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{27} x dx = \frac{1048576}{131072000}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{27} x dx = \frac{1048576}{131072000}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{28} x dx = \frac{128\pi}{131072}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{28} x dx = \frac{128\pi}{131072}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{29} x dx = \frac{1048576}{131072000}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{29} x dx = \frac{1048576}{131072000}$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{30} x dx = \frac{128\pi}{2684288}$   
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{30} x dx = \frac{128\pi}{2684288}$

## ГЛАВА 1

### ТИПЫ ЧИСЕЛ

**У** 68% населения Земли есть доступ к суперкомпьютеру. Согласно исследованиям, проведенным в 2017 году, 4,8 млрд. человек имеют собственный мобильный телефон, это при общем населении планеты в 7,5 млрд. Американский физик японского происхождения Митио Каку (р. 1947) как-то сказал: «Сегодня в вашем сотовом телефоне заключена бóльшая вычислительная мощность, чем та, что находилась в распоряжении NASA в 1969 г., когда два астронавта впервые ступили на Луну». Сейчас мы можем произвести все необходимые нам вычисления, просто проведя пальцем по экрану телефона, так зачем тогда вообще нужно учить арифметику?

Дело в том, что изучение арифметики позволит вам лучше понять природу чисел. Изучение этой природы раньше носило название «арифметика», но теперь так называют непосредственно процесс подсчета. Ту же область математики, которая занимается природой чисел, сегодня называют «теорией чисел». Специалисты в этой области стремятся понять математические основы нашей Вселенной и природу бесконечности — просто непаханое поле информации!

Для начала давайте совершим небольшую прогулку в зоопарк.

Люди начинали с простого — считали *что-то*, начиная с единицы и далее, используя числа (а точнее, *целые* числа). Эти числа стали называться *натуральными*. Если поместить их в воображаемый зоопарк, то для каждого из них потребуется отдельный вольер:

1, 2, 3, 4, 5, 6...

Древние греки не считали ноль натуральным числом, поскольку вы не можете потрогать руками ноль яблок. Однако сегодня мы относим ноль к натуральным числам\*, так как он «наводит мост» к *отрицательным* числам. Если добавить ноль

---

\* В российской математической литературе ноль к натуральным числам относить не принято. Однако существует понятие «расширенного натурального ряда», включающего в себя также и ноль. — *Прим. ред.*

в наш воображаемый зоопарк, то он будет выглядеть так:

... -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Теперь мой «зоопарк» содержит также отрицательные числа, которые вместе с натуральными числами образуют совокупность *целых чисел*. Поскольку каждому положительному целому числу теперь соответствует отрицательное число, моему зоопарку нужно в два раза больше вольеров и еще один для нуля. Однако мой бесконечный математический зоопарк не нуждается в расширении — он уже и так бесконечен. Это пример того самого непаханого поля, которое я упоминал ранее.

Есть и другие типы чисел, которые не относятся к целым. Греки предложили отличную идею с яблоками, но, как известно, одно яблоко можно разделить на несколько частей, каждую из которых получит отдельный человек. Я бы хотел отразить это в своем «зоопарке».

Если я начну перечислять все дроби между нулем и единицей, имеет смысл начать с половин, затем третей, четвертей и т. д. Это позволит получить все дроби без пропусков. То есть я последовательно применю все натуральные числа в качестве знаменателя (нижней части дроби). А для каждого знаменателя я последовательно применю различные числа в качестве числителя (верхней части дроби), начиная с единицы и заканчивая числом, равным знаменателю.

## ДРОБИ

С помощью дроби можно записать любое число, находящееся в промежутке между целыми. Дробь, как правило, записывается в виде числителя (сверху) и знаменателя (снизу). К примеру, половина будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{2}$$

1 — это числитель, 2 — знаменатель. Такая запись показывает, что значение этой дроби равно единице, деленной на два. То есть вы видите, какую долю некоторой одной вещи вы получите, если разделите ее между двумя людьми. Дробь  $\frac{3}{4}$  обозначает три вещи, разделенные между четырьмя людьми — то есть каждый получает по три четверти.

Определив все дроби между нулем и единицей, я могу использовать их для определения дробей в промежутках между остальными натуральными числами. Добавив единицу ко всем дробям, расположенным между нулем и единицей, я получу все дроби между единицей и двойкой. Добавив еще одну единицу, я получу все дроби между двойкой и тройкой. Продолжая добавлять единицу, я получу все дроби в промежутках между всеми остальными натуральными числами, а вычитая единицу, — все дроби в промежутках между всеми отрицательными числами.

Итак, у меня есть бесконечная последовательность целых чисел, и мне нужно заполнить каждый

промежуток между ними бесконечным количеством вольеров для дробей. Это значит, что мне нужно бесконечное число бесконечностей. Звучит дико, но, к счастью, у меня еще много вольеров.

Поскольку дроби можно записать в виде соотношения, они называются *рациональными* числами\*. Теперь у меня в «зоопарке» есть все рациональные числа, которые включают в себя целые числа (т. к. целые числа можно записать в виде дроби, разделив их на единицу), которые, в свою очередь, включают в себя натуральные числа. Закончим с этим.

Немного отвлечемся. 2500 лет назад в Индии математики заявили, что некоторые числа не могут быть записаны в виде дроби; причем слово «некоторые» здесь следует понимать как бесконечное множество. Они выяснили, что не существует такого числа, которое можно возвести в квадрат (умножить само на себя) и получить два, поэтому квадратный корень из двух считается иррациональным числом. Мы не можем записать квадратный корень из двух в виде числа, не округляя его, поэтому оно изображается с использованием символа корня:  $\sqrt{2}$ .

Есть также и другие важные иррациональные числа, записываемые в виде символов, так как вырисовывать в расчетах бесконечную последовательность, мягко говоря, трудоемко.  $\pi$ ,  $e$  и  $\phi$  — три

---

\* От латинского слова *ratio* (отношение). — Прим. ред.