



# АЛГЕБРА

---

# 1. ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

---

## 1.1. Натуральные числа

### 1.1.1. Десятичная система счисления. Римская нумерация. Цифры

**Цифры** — знаки для записи чисел.

**Система счисления** — способ записи чисел в виде, удобном для чтения и выполнения арифметических операций.

В десятичной системе счисления используют цифры: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Всего 10 цифр.

<b>Римские цифры</b>	I	V	X	L	C	D	M
<b>Арабские цифры</b>	1	5	10	50	100	500	1000

*Примеры*

1)  $XXVII = 10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 27$ .

2)  $MDCCLXIV = 1000 + 500 + 100 + 100 + 50 + 10 + (5 - 1) = 1764$ .

### 1.1.2. Арифметические действия над натуральными числами

<b>Натуральные числа</b> — числа, которые используют при счёте предметов.	
<b>Действия над натуральными числами</b>	
Сложение	$a + b = c, a = c - b, b = c - a,$ где $a$ — слагаемое, $b$ — слагаемое, $c$ — сумма
Вычитание	$a - b = c, a = b + c, b = a - c,$ где $a$ — уменьшаемое, $b$ — вычитаемое, $c$ — разность
Умножение	$ab = c, a = \frac{c}{b}, b = \frac{c}{a}, a \neq 0, b \neq 0,$ где $a$ — множитель, $b$ — множитель, $c$ — произведение
Деление	$\frac{a}{b} = c$ или $a : b = c, a = bc, b = \frac{a}{c},$ $b \neq 0, c \neq 0,$ где $a$ — делимое, $b$ — делитель, $c$ — частное

<b>Свойства сложения и умножения</b>	
Переместительное свойство сложения	$a + b = b + a$
Сочетательное свойство сложения	$(a + b) + c = a + (b + c)$
Переместительное свойство умножения	$ab = ba$
Сочетательное свойство умножения	$(ab)c = a(bc)$

Распределительное свойство умножения относительно сложения	$a(b + c) = ab + ac$
--	----------------------

<b>Общие правила при действиях с 0 и 1</b>	
$a + 0 = a$	$a : 1 = a$
$a - 0 = a$	$a : a = 1$
$a - a = 0$	$a \cdot 0 = 0$
$a \cdot 1 = a$	$0 : a = 0$
$a : 0$ — нет числового решения	

<b>Проверка результатов арифметических действий с помощью остатков от деления на 9</b>
<i>Действия</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Остаток любого числа от деления на 9 можно получить, складывая цифры числа, при этом в полученной сумме нужно продолжить сложение цифр до получения однозначного остатка. При сложении цифр суммы и отдельные числа, кратные 9, а также нуль можно игнорировать, они не влияют на конечный результат.</li> <li>• Умножаем или складываем остатки. В результате вычислений тем же способом находим остаток и сравниваем его с остатком суммы или произведения. При верном решении они должны совпадать.</li> <li>• При делении и вычитании проверку этим способом можно производить, умножая остаток частного на остаток делителя, соответственно складывая остаток разности с остатком вычитаемого.</li> </ul>

### *Примеры*

1)  $44 \cdot 46 = 2024$

$4 + 4 = 8; 4 + 6 = 10 \rightarrow 1 + 0 = 1;$

$2 + 0 + 2 + 4 = 8;$

$8 \cdot 1 = 8$  (верно)

2)  $327 + 48 = 375$

$3 + 2 + 7 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3;$

$4 + 8 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3;$

$3 + 7 + 5 = 15 \rightarrow 1 + 5 = 6;$

$3 + 3 = 6$  (верно)

3)  $156 : 12 = 13 \rightarrow 13 \cdot 12 = 156$

$1 + 3 = 4; 1 + 2 = 3;$

$1 + 5 + 6 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3;$

$4 \cdot 3 = 12 \rightarrow 1 + 2 = 3$  (верно)

4)  $58 - 22 = 36 \rightarrow 36 + 22 = 58$

$3 + 6 = 9; 2 + 2 = 4; 5 + 8 = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4;$

$9 + 4 = 13 \rightarrow 1 + 3 = 4$  (верно)

### **Приёмы быстрого устного счёта**

**Умножение чисел от 101 до 109 между собой**  
 $(100 + a)(100 + b) = 10\,000 + 100(a + b) + ab$

*Порядок действий*

*Примеры*

1) Записываем число 1.

2) Справа записываем сумму чисел из разряда единиц у множителей.

3) Ещё правее записываем произведение этих же чисел.

1)  $102 \cdot 104 = 10\,000 + 100(2 + 4) + 2 \cdot 4 = 10\,000 + 600 + 8 = 10\,608.$

2)  $109 \cdot 108 = 10\,000 + 100(9 + 8) + 9 \cdot 8 = 10\,000 + 1700 + 72 = 11\,772.$