



# Содержание

Предисловие редактора перевода . . . . .	12
Предисловие . . . . .	13
<b>Глава 1. Введение . . . . .</b>	<b>14</b>
1.1. Ранняя история ЛБВ [1] . . . . .	14
1.2. Основные принципы работы ЛБВ . . . . .	18
1.3. Краткий обзор книги. . . . .	22
Литература. . . . .	23
<b>Глава 2. Статические поля, создаваемые электронами . . . . .</b>	<b>24</b>
2.1. Электрическое поле. . . . .	24
2.1.1. Уравнения Лапласа и Пуассона. . . . .	24
2.1.2. Закон Гаусса. . . . .	25
2.2. Магнитное поле . . . . .	27
<b>Глава 3. Движение электронов в статическом электрическом поле. . . . .</b>	<b>29</b>
3.1. Движение электронов параллельно электрическому полю. . . . .	29
3.2. Релятивистские поправки к скорости. . . . .	30
3.3. Движение электронов перпендикулярно постоянному электрическому полю . . . . .	33
3.4. Электронные линзы . . . . .	34
3.5. Универсальная кривая расширения пучка . . . . .	37
<b>Глава 4. Влияние магнитного поля на движение электронов . . . . .</b>	<b>44</b>
4.1. Движение электронов в статическом магнитном поле. . . . .	44
4.2. Движение электронов при совместном действии электрического и магнитного полей . . . . .	46
4.2.1. Взаимно перпендикулярные поля в декартовых координатах . . . . .	46
4.2.2. Аксиально-симметричные поля. . . . .	50
4.2.3. Теорема Буша. . . . .	52
<b>Глава 5. Катоды . . . . .</b>	<b>55</b>
5.1. Механизмы эмиссии . . . . .	57
5.1.1. Термоэмиссия [3, 4] . . . . .	57
5.1.2. Эффект Шоттки . . . . .	64
5.1.3. Полевая эмиссия . . . . .	68
5.1.4. Ограничение пространственным зарядом [6, 7] . . . . .	70

5.2. Эволюция термокатодов . . . . .	76
5.3. Работа импрегнированного пористого катода . . . . .	83
5.4. Срок службы . . . . .	88
5.5. Физика поверхности пористых катодов . . . . .	95
5.6. Подогреватели . . . . .	101
5.6.1. Устройство типичных подогревателей [25] . . . . .	101
5.6.2. Подогреватели с быстрым временем разогрева . . . . .	104
5.6.3. Проверка работы подогревателей . . . . .	106
5.6.4. Влияние магнитного поля нити накала . . . . .	107
Литература . . . . .	109
<b>Глава 6. Электронные пушки . . . . .</b>	<b>111</b>
6.1. Пушки Пирса . . . . .	111
6.1.1. Фокусирующие электроды для параллельного потока электронов . . . . .	112
6.1.2. Фокусирующие электроды для сходящегося потока электронов . . . . .	117
6.1.3. Расфокусирующее влияние анодного отверстия . . . . .	121
6.1.4. Определение минимального диаметра пучка . . . . .	127
6.1.5. Пример проектирования электронной пушки . . . . .	128
6.1.6. Сферическая абберация . . . . .	132
6.1.7. Влияние тепловых скоростей . . . . .	133
6.1.8. Эффекты неоднородной эмиссии и шероховатости катода . . . . .	139
6.2. Способы управления пучком . . . . .	140
6.2.1. Импульсная модуляция катода . . . . .	141
6.2.2. Управляющие фокусирующие электроды . . . . .	141
6.2.3. Модулирующий анод . . . . .	142
6.2.4. Сетки . . . . .	142
6.2.5. Краткий обзор характеристик электродов, предназначенных для управления пучком . . . . .	156
Литература . . . . .	156
<b>Глава 7. Электронные пучки . . . . .</b>	<b>158</b>
7.1. Краткий обзор фокусировки однородным магнитным полем. . . . .	159
7.1.1. Поток Бриллюэна . . . . .	161
7.1.2. Пульсации . . . . .	163
7.1.3. Магнитно-ограниченный поток . . . . .	166
7.2. Фокусировка однородным полем и ламинарный поток . . . . .	168
7.2.1. Уравнение пучка . . . . .	168
7.2.2. Поток Бриллюэна . . . . .	175
7.2.3. Магнитно-ограниченный поток . . . . .	181

7.3. Фокусировка однородным полем и неламинарный поток . . . .	187
7.4. Фокусировка периодической системой постоянных магнитов	190
7.4.1. Краткий обзор . . . . .	190
7.4.2. Ламинарный поток . . . . .	191
7.4.3. Неламинарный поток . . . . .	200
7.5. Ионные эффекты в электронных пучках [22] . . . . .	206
7.5.1. Поперечные колебания . . . . .	208
7.5.2. Радиальные колебания . . . . .	211
7.5.3. Низкочастотные неустойчивости . . . . .	214
Литература . . . . .	215
<b>Глава 8. Взаимодействие пучок—зазор.</b> . . . . .	<b>217</b>
8.1. Сеточные (плоские) зазоры . . . . .	217
8.1.1. Модуляция пучка . . . . .	217
8.1.2. Индукция тока . . . . .	221
8.2. Бессеточные зазоры [1] . . . . .	229
8.2.1. Модуляция пучка . . . . .	229
8.2.2. Индукция тока . . . . .	235
Литература . . . . .	235
<b>Глава 9. Группировка электронов</b> . . . . .	<b>236</b>
9.1. Баллистическая группировка . . . . .	236
9.2. Группировка при наличии сил пространственного заряда . . . .	241
9.2.1. Колебания электронной плазмы . . . . .	242
9.2.2. Качественный анализ волн пространственного заряда . .	246
9.2.3. Волны пространственного заряда в бесконечных пучках	248
9.2.4. Волны пространственного заряда в ограниченных	
пучках . . . . .	256
9.2.5. Волны пространственного заряда в бриллюэновском	
потоке . . . . .	261
9.3. Экспериментальная проверка. . . . .	266
Литература . . . . .	271
<b>Глава 10. Взаимодействие с бегущей волной.</b> . . . . .	<b>272</b>
10.1. Теория Пирса. . . . .	272
10.1.1. ВЧ-ток в пучке. . . . .	272
10.1.2. Уравнение линии . . . . .	273
10.1.3. Детерминантное уравнение. . . . .	275
10.1.4. Синхронное взаимодействие. . . . .	276
10.1.5. Несинхронное взаимодействие . . . . .	282
10.1.6. Влияние потерь в линии. . . . .	284
10.1.7. Влияние пространственного заряда. . . . .	286

10.2. Взаимодействие при большом сигнале . . . . .	292
10.2.1. Анализ процессов взаимодействия . . . . .	292
10.2.2. Оценки максимального КПД . . . . .	295
10.2.3. Компьютерное моделирование . . . . .	297
10.2.4. Изохронность (velocity tapering) . . . . .	298
Литература . . . . .	303
<b>Глава 11. Скорости волны и дисперсия . . . . .</b>	<b>304</b>
11.1. Групповая и фазовая скорости . . . . .	304
11.2. Дисперсия . . . . .	306
11.2.1. Коаксиальная линия передачи . . . . .	307
11.2.2. Прямоугольный волновод. . . . .	308
11.2.3. Периодически нагруженный волновод . . . . .	315
<b>Глава 12. Спиральные лампы с бегущей волной . . . . .</b>	<b>320</b>
12.1. Широкополосность спирали. . . . .	321
12.1.1. Дисперсия . . . . .	323
12.1.2. Управление дисперсией . . . . .	326
12.1.3. Колебания на обратной волне . . . . .	329
12.1.4. Подавление обратной волны. . . . .	330
12.2. Переходные участки. . . . .	332
12.3. Способы крепления спирали . . . . .	335
12.4. Поглотители и разрывы . . . . .	340
12.5. КПД системы [3] . . . . .	343
12.6. Двухрежимная работа. . . . .	348
12.7. Спиральные лампы с обратной волной (ЛОВ) . . . . .	349
12.8. ЛБВ с замедляющей системой кольцо—стержень. . . . .	351
Литература . . . . .	355
<b>Глава 13. ЛБВ на цепочке связанных резонаторов . . . . .</b>	<b>356</b>
13.1. Основные принципы работы. . . . .	357
13.2. $\omega$ – $\beta$ -характеристики . . . . .	359
13.2.1. Волноводное приближение. . . . .	359
13.2.2. Подход Карноу—Гиттинса, основанный на методе эквивалентных схем. . . . .	363
13.2.3. Пример применения модели Карноу—Гиттинса . . . . .	366
13.3. Работа на основной обратной волне . . . . .	376
13.4. Работа на основной прямой волне . . . . .	384
13.5. Оконечные нагрузки и переходные участки. . . . .	388
Литература . . . . .	390

<b>Глава 14. Коллекторы с рекуперацией</b> . . . . .	391
14.1. Поток мощности . . . . .	391
14.2. Восстановление мощности при помощи коллектора с рекуперацией . . . . .	394
14.2.1. Распределение энергии электронов . . . . .	397
14.2.2. Мощность отработанного пучка . . . . .	401
14.2.3. Эффект тока корпуса лампы [2] . . . . .	403
14.3. Многоступенчатые коллекторы с рекуперацией . . . . .	403
14.4. Вторичные электроны в коллекторах с рекуперацией . . . . .	410
Литература . . . . .	413
<b>Глава 15. Шумы</b> . . . . .	414
15.1. Тепловой шум . . . . .	414
15.2. Коэффициент шума . . . . .	415
15.3. Обзор шумовых явлений в ЛБВ . . . . .	416
15.4. Шум в электронных пушках . . . . .	417
15.5. Генерация шумов на катоде . . . . .	419
15.5.1. Дробовой шум . . . . .	419
15.5.2. Скоростной шум . . . . .	420
15.5.3. Некоторые другие механизмы появления шумов . . . . .	420
15.6. Область минимума потенциала . . . . .	422
15.6.1. Инвариантность шума Рэка . . . . .	423
15.6.2. Уменьшение дробового шума . . . . .	424
15.6.3. Другие шумовые эффекты . . . . .	426
15.7. Область низкоскоростной корреляции . . . . .	427
15.8. Ускоряющая область с высоким напряжением . . . . .	430
15.8.1. Шумовые волны пространственного заряда . . . . .	430
15.8.2. Преобразование сопротивления в малошумящих лампах . . . . .	434
15.8.3. Линзовые эффекты . . . . .	436
15.9. Шумовые явления в высокочастотной секции лампы . . . . .	438
15.9.1. Потери в линии . . . . .	438
15.9.2. Шум токораспределения . . . . .	438
15.9.3. Вторичные электроны . . . . .	439
15.9.4. Усиление шума . . . . .	440
15.9.5. Подавление шумов магнитным полем . . . . .	441
15.10. Другие источники шумов . . . . .	442
15.11. Минимальный коэффициент шума ЛБВ . . . . .	443
Литература . . . . .	445

<b>Глава 16. Нелинейности и искажения [1]. . . . .</b>	<b>447</b>
16.1. Искажения, связанные с эффектами насыщения . . . . .	447
16.1.1. АМ-АМ-преобразование . . . . .	447
16.1.2. АМ-ФМ-преобразование . . . . .	449
16.1.3. Генерация гармоник. . . . .	450
16.1.4. Интермодуляционные искажения . . . . .	451
16.2. Изменение параметров ЛБВ при изменении частоты . . . . .	453
16.2.1. Широкополосные изменения усиления . . . . .	453
16.2.2. Узкополосные изменения усиления . . . . .	454
16.2.3. Фазовые нелинейности или искажения времени задержки . . . . .	455
16.3. Паразитная амплитудная и фазовая модуляция выходного сигнала. . . . .	456
Литература . . . . .	457
<b>Глава 17. Пробои в ЛБВ и защита от них . . . . .</b>	<b>458</b>
17.1. Усиление поля . . . . .	460
17.2. Пробой постоянного тока в газе [1—3] . . . . .	466
17.3. ВЧ-пробой в газе [2]. . . . .	473
17.4. Пробой постоянного тока в вакууме [5]. . . . .	485
17.5. ВЧ-пробой в вакууме . . . . .	495
17.6. Пробои в изоляторах . . . . .	496
Литература . . . . .	500
<b>Глава 18. Надежность . . . . .</b>	<b>502</b>
18.1. Срок службы и наработка на отказ . . . . .	502
18.2. Расчет МТBF, основанный на экспериментах с образцами . . . . .	505
18.3. Расчеты МТBF, основанные на MIL-HDBK-217F . . . . .	509
18.4. Недостатки MIL-HDBK-217F [9] . . . . .	513
18.5. Улучшение моделей . . . . .	517
18.6. Факторы надежности при конструировании и производстве ЛБВ. . . . .	519
18.6.1. Улучшенные катоды. . . . .	522
18.6.2. Улучшенные магниты. . . . .	523
18.6.3. Использование газопоглотителей . . . . .	523
18.6.4. Улучшение испытательного оборудования и методик тестирования . . . . .	523
18.6.5. Отбраковочные климатические испытания . . . . .	524
18.6.6. Прочность конструкции и использование функций потерь Тагути . . . . .	525
18.6.7. Системное управление качеством . . . . .	528

18.7. Факторы, влияющие на надежность ЛБВ в различных системах . . . . .	528
18.8. Срок годности . . . . .	530
18.9. Влияние закупок на надежность . . . . .	531
Литература . . . . .	533
<b>Приложение А. Полезные константы и преобразования.</b> . . . . .	534
Константы. . . . .	534
Преобразования. . . . .	534
<b>Приложение Б. Словарь терминов.</b> . . . . .	535
<b>Приложение В. Вакуумные технологии</b> . . . . .	550
В.1. Единицы измерения . . . . .	550
В.2. Рабочие диапазоны . . . . .	551
В.3. Вакуумные насосы . . . . .	553
В.3.1. Пластинчато-роторные насосы. . . . .	553
В.3.2. Диффузионный насос . . . . .	554
В.3.3. Турбомолекулярный насос . . . . .	557
В.3.4. Адсорбционный насос . . . . .	558
В.3.5. Ионный насос . . . . .	559
В.3.6. Газопоглотители (геттеры) . . . . .	563
В.4. Вакуумметры (вакуумные манометры) . . . . .	566
В.4.1. Термопарный вакуумметр . . . . .	566
В.4.2. Ионизационный вакуумметр . . . . .	566
В.5. Материалы, применяемые в микроволновых лампах. . . . .	567
В.6. Технологии производства . . . . .	573
В.7. Вакуумные течи [1, 5] . . . . .	578
В.7.1. Реальные течи . . . . .	578
В.7.2. Виртуальные течи . . . . .	580
Литература . . . . .	581
<b>Приложение Г. Магниты</b> . . . . .	582
Г.1. Параметры магнитного поля . . . . .	582
Г.2. Электромагниты . . . . .	583
Г.3. Ферромагнитные материалы . . . . .	587
Г.4. Постоянные магниты [2] . . . . .	591
Г.5. Магнитная периодическая фокусирующая система . . . . .	595
Литература . . . . .	598
Предметный указатель . . . . .	599
The Artech House Radar Library . . . . .	614



## Предисловие редактора перевода

Предлагаемая читателю книга А. Гилмора «Лампы с бегущей волной», несмотря на почтенный возраст (написана в 1994 г.), не потеряла своей значимости, прежде всего потому, что в ней сосредоточены базовые знания по теории и технике прибора, наиболее востребованного в течение многих, в том числе и последних, десятилетий, — лампы с бегущей волной. Они могут служить тем фундаментом, на базе которого может быть построена как подготовка студентов старших курсов и аспирантов вузов, так и специалистов, занятых разработкой и применением ЛБВ в различных областях радиоэлектроники. Книга написана доступным для широкого круга читателей и образным языком, методически сбалансирована, содержит подробную историю развития теории и техники ЛБВ и отвечает их современному уровню. Широко используемые цитаты из работ известных специалистов и обширная библиография способствуют более глубокому восприятию излагаемого материала.

*Генеральный директор ОАО «НПП «Алмаз»,  
д.э.н., профессор, к.ф.-м.н.  
Н.А. Бушурев*

## Предисловие

Книга основана на материалах курсов лекций и семинаров по лампам с бегущей волной и СВЧ-лампам, которые я многократно предоставлял таким организациям, как Navy, Air Force, Army, Nasa, Varian Associates, Hughes Electron Dynamics Division, Teledyne Electronic Technologies, Northrop Defense, System Division, Texas Instruments, the French Ministry of Defense, университет в Лос-Анджелесе, Калифорния, университет в Буффало и в других городах. По этим материалам обучалось около 2000 студентов, начиная с третьего курса Navy electronic, при участии в преподавании экспертов по лампе с бегущей волной и заканчивая специалистами самого высокого научного уровня. Я в долгу перед многими участниками этого процесса, внесшими существенный вклад и ценные рекомендации в материалы курсов и этой книги.

В книге уделено внимание в равной степени теоретическим и экспериментальным материалам, и она будет полезна как начинающим свое знакомство с лампами с бегущей волной (ЛБВ), так и опытным инженерам и техническим специалистам. Каждая глава основана на выводах предыдущих глав, поэтому новичкам стоит начать изучение книги с самого начала. Для тех, кто уже имеет опыт работы с ЛБВ, большинство глав может быть использовано безотносительно к другим. Для тех, кто заинтересован в дальнейшем изучении и в исследовательской работе, приведены ссылки на книги и статьи более чем 200 авторов, датирующиеся годами начиная с изобретения ЛБВ и заканчивая настоящим временем.

Некоторые люди внесли особо значимый вклад в эту книгу. Это Eugene (Joe) Dutkowski из the Crane Division of the Naval Surface Warfare Center; Joe Christensen, James Hansen и Dr. Ivo Tammaru из the Hughes Electron Dynamics Division; David Zavidil, Phil Lally и Robert Dipple из Teledyne Electronic Technologies; Edward Jones и Bruce Dudley из Rome Laboratory; Dr. Richard True из Litton Electron Devices Division; George Miram из Varian Associates и Dr. Stanley Kaisel. И, наконец, я хотел бы поблагодарить жену за ее терпение и понимание на протяжении долгих ночей и выходных, потребовавшихся для написания и подготовки рукописи этой книги.

# ГЛАВА I

## ВВЕДЕНИЕ

**Лампа с бегущей волной (ЛБВ)** — один из двух основных типов СВЧ-приборов (второй — клистрон), известных как лампы с линейным пучком или лампы О-типа. Хотя было придумано много различных схем построения ЛБВ, две из них наиболее распространены:

- 1) спиральная, для широкополосных применений,
- 2) на цепочке связанных резонаторов, для применений на больших мощностях.

Другие схемы построения также упоминаются в данной книге, но наибольшее внимание уделяется именно спиральным ЛБВ и ЛБВ на цепочке связанных резонаторов.

Лампы с бегущей волной используются на частотах от 1 до 100 ГГц. Диапазон мощностей простирается от ватт до мегаватт. Ширина полосы частот спиральных ЛБВ может достигать двух октав и более. Полоса частот ЛБВ на цепочке связанных резонаторов обычно составляет 10—20%.

Более 50% объема продаж всех СВЧ-ламп принадлежат ЛБВ. Применения ЛБВ разнообразны. Они служат оконечным усилителем почти во всех спутниках связи. Во многих радиолокационных системах одна или большее количество ЛБВ используются в качестве усилителя высокой мощности, который создает зондирующий ВЧ-импульс. С другой стороны, ЛБВ может быть использована в качестве предоконечного усилителя в таком ВЧ-усилителе высокой мощности, как усилитель со скрещенными полями.

Наиболее широко ЛБВ используются в системах радиоэлектронной борьбы (РЭБ). Принцип работы таких систем состоит в перехвате вражеского сигнала и передаче обратно ложного сигнала, усиленного на одной или нескольких ЛБВ.

### I.1. Ранняя история ЛБВ [1]

Возможность взаимодействия между электронным пучком и ВЧ-системой была обнаружена Гаевым [2, 3] в 1933 году. В патентах этого года Гаев описал лампы с отклонением электронного пучка, которые могут быть использованы в качестве детекторов или осциллографов и содержат в себе некоторые черты

спиральных ЛБВ. В устройствах Гаева ВЧ-сигнал, распространяющийся в спиральной структуре, был использован для отклонения полого электронного пучка. Скорость электронного пучка равнялась скорости распространения бегущей волны по спиральной структуре. Гаев не предположил, что при этом может произойти усиление волны.

В 1935 г. Постумус [4] впервые описал и сконструировал магнетронный генератор резонаторного типа. Он описал его работу как результат взаимодействия электронов с тангенциальной компонентой бегущей волны, вращающейся со скоростью, равной средней скорости электронов. В результате взаимодействия энергия электронов преобразуется в усиление ВЧ-волны.

В мае 1940 г. Линденблад [5] впервые описал спиральные усилители бегущей волны, которые были подобны спиральной лампе с бегущей волной. Он первым указал, что синхронное взаимодействие между электронным потоком и ВЧ-волной в спирали может создавать усиление сигнала. В образце лампы, описанной в патенте и схематически изображенной на рис. 1.1, Линденблад получил усиление сигнала в полосе частот более 30 МГц при несущей частоте 390 МГц.

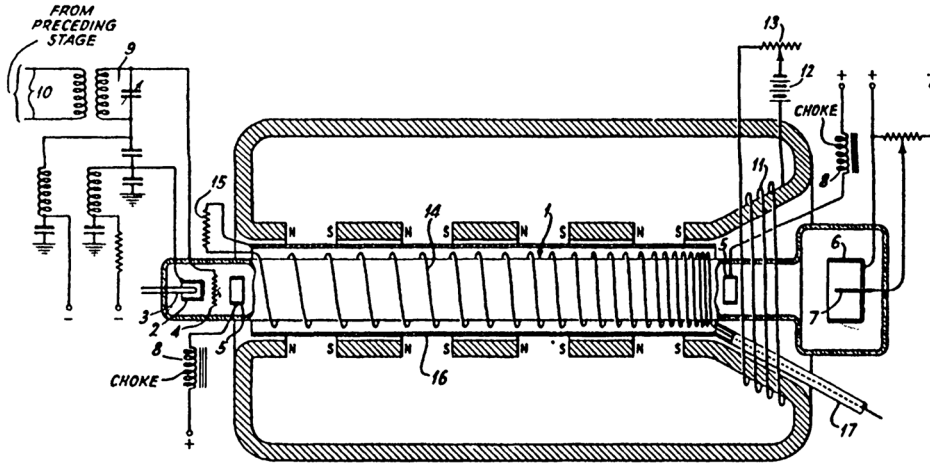


Рис. 1.1. Усилитель бегущей волны Линденблада; патент зарегистрирован в мае 1940 г.

Первая лампа Линденблада была, очевидно, модифицированной версией лампы Гаева с индуктивным выводом (которая в 1982 году стала называться клистродом). Линденблад удлинил стеклянную вакуумную оболочку лампы Гаева и заменил объемный резонатор спиралью. Спираль была навита на внешнюю сторону стеклянной оболочки с шагом, при котором аксиальная компонента скорости волны равнялась скорости электронного пучка внутри оболочки. Интересно отметить, что Линденблад определил изменение шага спирали, необходимое для поддержания синхронизма с электронным пучком,

скорость которого уменьшается из-за преобразования его энергии в усиление волны.

Кроме того, в своем патенте Линденблад описал использование спирального волновода для замедления волны. Он также утверждал, что спиральный проводник может быть размещен внутри оболочки лампы, окружая электронный пучок.

Компфнер [6—10], работавший в Англии, по-видимому, ничего не знал о более ранней работе Линденблада. Он сообщил, что в 1942 году (через 2 года после регистрации патента Линденблада) пришел к выводу, что основной принцип работы магнетрона можно использовать для усиления ВЧ-сигналов. Его целью было разработать усилитель, способный по уровню чувствительности и шумов соответствовать лучшим приемникам на кристаллах того времени. На рис. 1.2 изображен первый набросок лампы с бегущей волной, выполненный Компфнером.

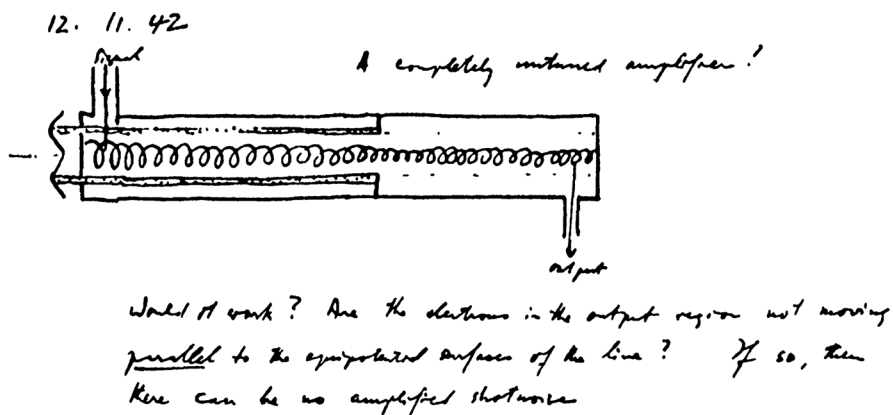


Рис. 1.2. Набросок лампы с бегущей волной из записей Компфнера. Из *The Invention of the Traveling Wave Tube* by R. Kompfner, copyright 1963 by San Francisco Press

Компфнер создал первую лампу с бегущей волной уже в 1943 году. Он описал работу лампы следующим образом:

«Когда я сравнил энергию, полученную из спирали с включенным электронным пучком, с энергией, полученной без пучка, оказалось, что при ускоряющем напряжении пучка в 2400 В наблюдалось увеличение сигнала на 49%, а при ускоряющем напряжении пучка в 2200 В — падение сигнала на 40%.»

После проведения всевозможных измерений и экспериментов Компфнер сконструировал и опробовал лампу, изображенную на рис. 1.3. При токе электронного пучка 110 мкА и напряжении 1830 В было достигнуто увеличение мощности в 6 раз на частоте 3,3 ГГц. Коэффициент шума составил 14 дБ

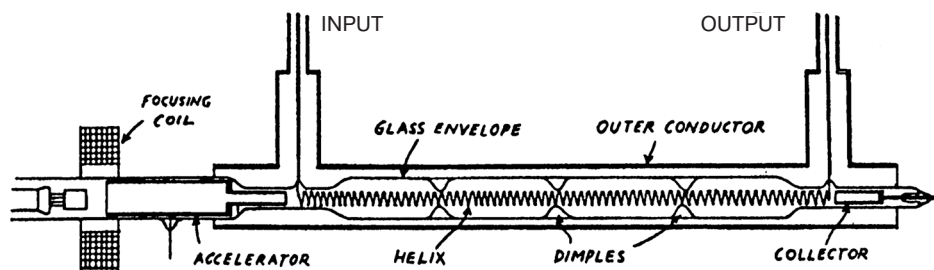


Рис. 1.3. Экспериментальный усилитель Компфнера на спирали. Из Rudolf Kompfner, *Proc. IRE*, February 1947. © 1947 IRE (now IEEE)

и зависел от доли тока, приходящей на коллектор. Дальнейшее улучшение конструкции лампы позволило достичь увеличения усиления мощности до 14 раз и уменьшения коэффициента шума до 11 дБ. К 1944 году Компфнер разработал первые теории по усилению мощности и коэффициенту шума. Важным результатом стало то, что волна нарастает экспоненциально с расстоянием вдоль линии передачи.

Первое публичное заявление о британской работе военного времени над лампой с бегущей волной было сделано на конференции в Йельском университете 27 и 28 июля 1946 года. На этой же конференции была представлена работа, выполненная в США Дж.Р. Пирсом и Л.М. Филдом. Позднее [11] они описали спиральную лампу с бегущей волной, подобную изображенной на рис. 1.4 (рисунок взят из патента Пирса 2602148 [12]). Одной из уникальных особенностей прибора, описанного Пирсом, было использование продольных изолирующих стержней для поддержания и точного размещения спирали. Другой особенностью было использование системы соленоидов, создающих постоянное магнитное поле для фокусировки электронного пучка. Пирс также описал методы введения потерь для подавления обратных бегущих волн и колебаний. В патенте Филда [13] описано подавление колебаний путем использования тонких слоев коллоидного графита, нанесенных на керамические поддерживающие спираль стержни. В средней части спирали проводимость слоя была увеличена

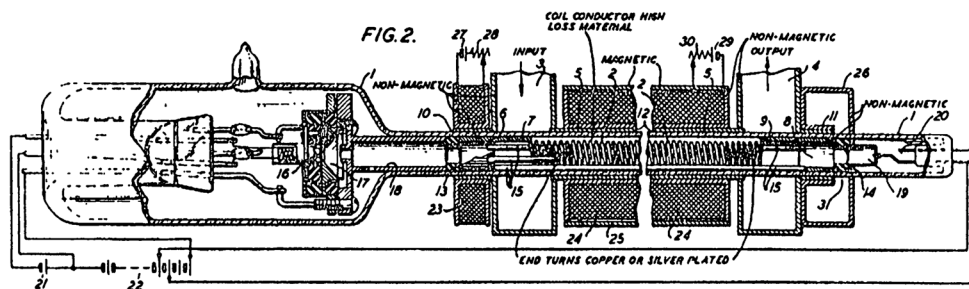


Рис. 1.4. Спиральный усилитель, представленный Пирсом в патенте 2 602 148 США

для обеспечения надлежащего рассеяния отраженной энергии при минимальном уменьшении усиления прямой нарастающей волны.

В послевоенные годы (1946—1950) началась деятельность по развитию адекватных теорий, описывающих работу ЛБВ. Кроме теоретической работы Пирса [14] заслуживают внимания работы Бланк-Лапира и Лапостолля [15, 16], выполненные во Франции в декабре 1946 года, в которых проведен анализ работы ЛБВ на цепочке связанных резонаторов с выровненными щелями.

Этот краткий обзор ранней истории ЛБВ следует закончить упоминанием публикации Пирсом книги «*Traveling wave tubes*» в 1950 г. [17]. Она обобщила и упорядочила теорию лампы с бегущей волной и с тех пор всегда использовалась как информационный справочник по теории этого прибора.

## 1.2. Основные принципы работы ЛБВ

Существует два основных типа ЛБВ. Спиральная ЛБВ, основные элементы которой изображены на рис. 1.5, является относительно маломощным (обычно от десятков до сотен ватт) широкополосным (возможен охват более двух октав) прибором. Мощность ЛБВ на цепочке связанных резонаторов достигает мегаватт, однако ширина полосы частот ограничена величиной примерно 10—20%. По существу электронная пушка, электронный пучок и коллектор одни и те же для всех ЛБВ. И, хотя имеются значительные различия в конструкции волноведущих структур, принципы работы одни и те же. Здесь обсудим работу спиральной ЛБВ.

Для анализа поведения ВЧ-волны в спиральной ЛБВ полезно вначале рассмотреть однопроводную линию передачи над заземленной плоскостью,

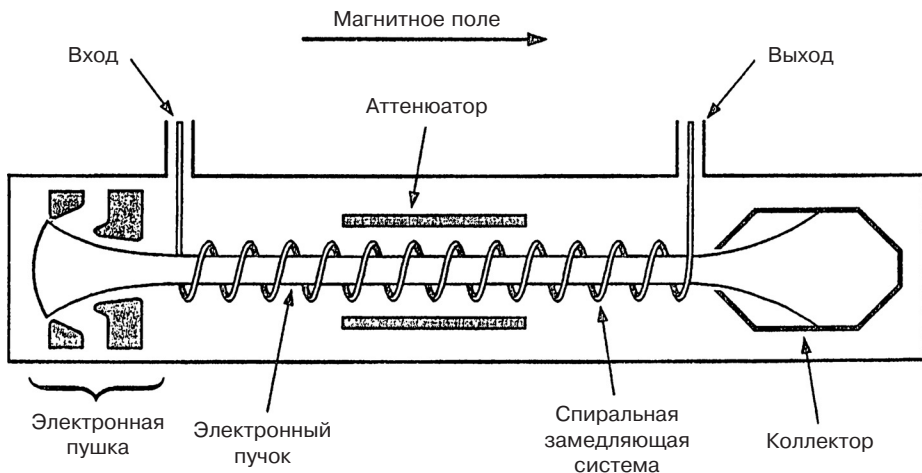


Рис. 1.5. Спиральная ЛБВ

изображенную на рис. 1.6. Заряды в линии передачи и силовые линии электрического поля в фиксированный момент времени представлены на рис. 1.6. Линии магнитного поля не изображены и далее не будут рассматриваться, так как магнитные силы, действующие на электронный пучок в лампе, несоизмеримо малы по сравнению с силами электрического поля. Если на рис. 1.6 источник находится на левом конце линии передачи, а согласованная нагрузка — на правом, то заряды и линии поля будут со временем двигаться вправо с постоянной амплитудой. Скорость распространения равна скорости света и не зависит от частоты, так как в линии передачи полностью отсутствует дисперсия.

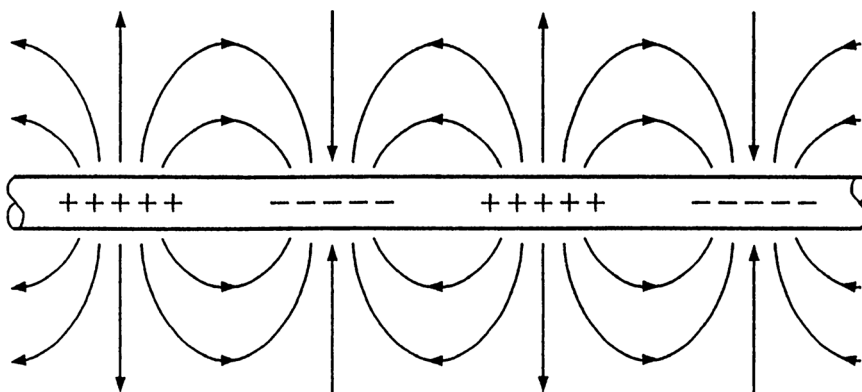


Рис. 1.6. ВЧ-заряд и силовые линии электрического поля в однопроводной линии передачи

Теперь предположим, что однопроводная линия передачи скручивается в спираль, как показано на рис. 1.7. Сигнал, поступивший на левый конец спирали, будет двигаться со скоростью, близкой к скорости света, по спиральному проводнику. Средняя скорость движения в аксиальном направлении будет меньше скорости движения по проводнику в соответствии с шагом спирали. Полярность сигнала будет меняться на противоположную на каждой половине длины волны вдоль спирального проводника. На рис. 1.7 два полных витка соответствуют каждой половине длины волны.

Линии электрического поля переходят из областей положительного заряда в области отрицательного заряда подобно тому, как показано для передающей линии на рис. 1.6. Кроме уменьшенной скорости, существует еще одно важное различие между картинками полей в спирали и в однопроводной линии передачи, которое состоит в наличии электрического поля со значительной аксиальной компонентой внутри спирали.

Когда электронный пучок направляется вдоль оси спирали, аксиальная компонента электрического поля ускоряет одни электроны и замедляет другие. Согласно рис. 1.7 на электроны будет действовать сила по направлению к обла-



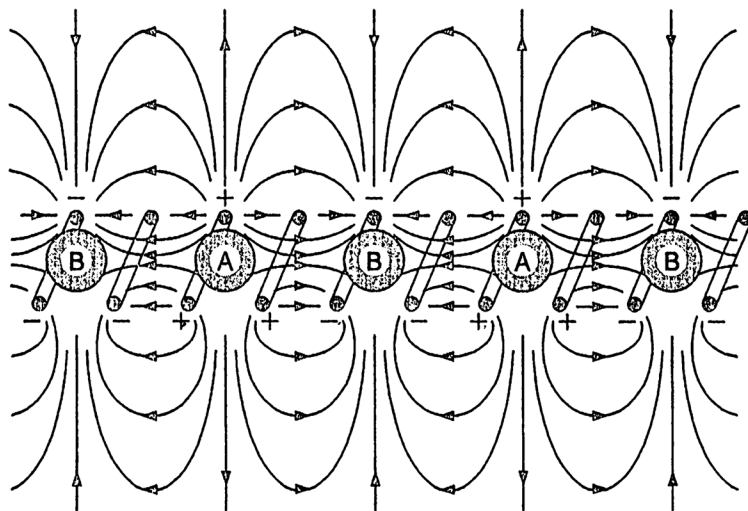


Рис. 1.7. ВЧ-заряд и силовые линии электрического поля в спирали

стям, обозначенным буквой А, и по направлению от областей, обозначенных буквой В. Распределение поля будет меняться синусоидально в аксиальном направлении, как показано на рис. 1.8. Если аксиальная скорость электрического поля совпадает со скоростью электронного пучка, то электроны будут испытывать действие постоянной силы по направлению к области А, в то время как пучок будет перемещаться по спирали. В результате, в области А начнет образовываться электронный сгусток (как показано на рис. 1.8а).

Поля, создаваемые сгустками электронов в пучке, будут заставлять электроны в спирали двигаться из области в окрестности точки А в сторону области В. Это приведет к двум изменениям поля в спирали:

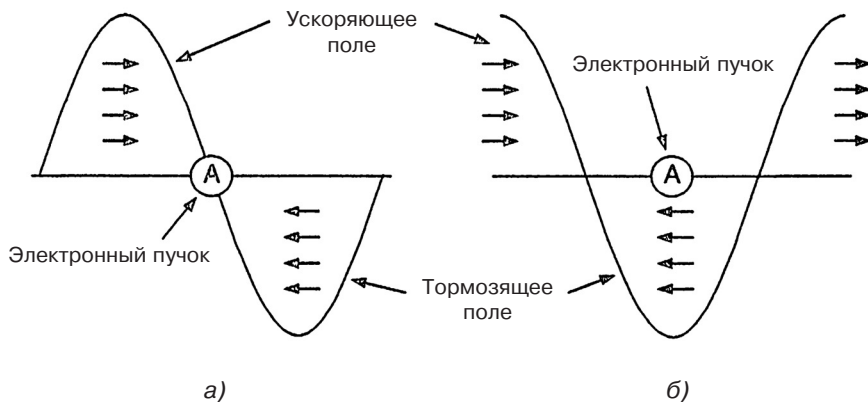


Рис. 1.8. Аксиальное поле, которое группирует электроны и извлекает энергию из пучка: а — на входе пучка в систему; б — после того, как возникло взаимодействие

1. Поток электронов, движущийся влево от области А, соответствует, конечно, обычному току, текущему вправо. Этот ток, в свою очередь, создает область положительного напряжения на спирали слева от А. Аналогично поток, движущийся вправо от области А, создает отрицательное напряжение справа от А. В результате форма волны наведенного напряжения сдвинута по фазе влево на  $90^\circ$  относительно начального напряжения.
2. По мере того как происходит взаимодействие пучка с волной, форма волны изменяется одновременно с ростом ее амплитуды.

В то время как форма волны напряжения сдвигается влево, зоны тормозящего поля передвигаются в места расположения сгустков электронов (рис. 1.8б). Энергия, которую теряют заторможенные электроны, переходит в поле линии, обеспечивая таким образом усиление этого поля. Взаимодействие между пучком и замедляющей системой приводит к экспоненциальному росту напряжения ВЧ-поля в линии (рис. 1.9).

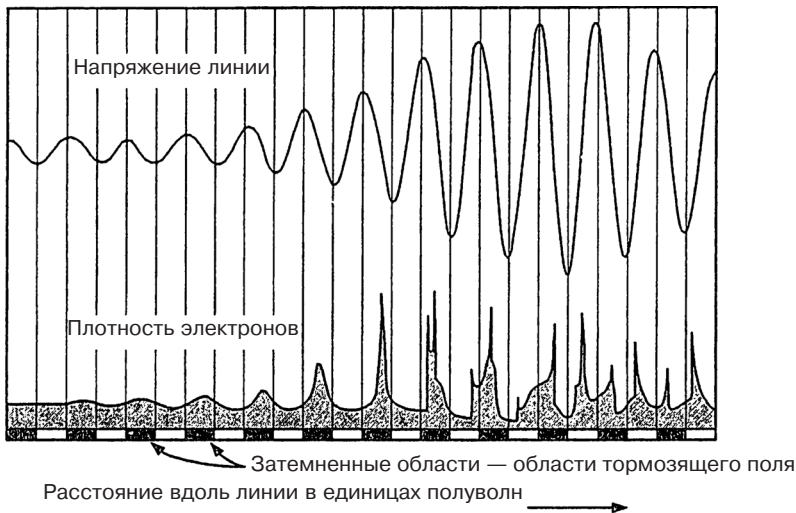


Рис. 1.9. Напряжение и плотность заряда в ЛБВ. Адаптировано из P.Hess, *Ph.D. Dissertation*, University of California at Berkeley, 1960

В процессе взаимодействия скорости электронов уменьшаются, а кулоновские силы пространственного заряда внутри электронных сгустков растут. В результате часть каждого сгустка тормозится по фазе настолько, что она переходит из зоны тормозящего поля в зону ускоряющего поля (см. кривые плотности электронов на рис. 1.9, внизу справа). Электроны, попавшие

в зону ускоряющего поля, начинают отбирать энергию у системы. В конечном счете энергия, отдаваемая системой, оказывается равной энергии, получаемой ею, и волна в системе перестает расти. В этот момент происходит так называемое насыщение. Для получения максимального усиления сигнал должен быть выведен из системы именно в этот момент.

### 1.3. Краткий обзор книги

При выборе материала для книги (и кратких курсов, на которых книга основана) была сделана попытка обсудить в ней по крайней мере основные технологии, необходимые для понимания принципов работы ламп с бегущей волной. Книга создавалась таким образом, чтобы читатель мог разобраться в работе ЛБВ, последовательно изучая книгу.

Поэтому после обзора динамики электронов обсуждаются источник электронов (катод) и узлы, обеспечивающие формирование электронного пучка (электронная пушка и фокусирующие устройства). Далее анализируется поведение электронного пучка, подвергшегося воздействию локализованного электрического ВЧ-поля. Затем следует анализ взаимодействия пучка с электрическим ВЧ-полем. Возможно, самый важный результат этого анализа — это значительное влияние относительных скоростей электронного пучка и ВЧ-поля бегущей волны на усиление. Это непосредственно ведет к общей дискуссии и к анализу изменения скорости с частотой (дисперсии) в замедляющих системах ЛБВ. Понимая важность дисперсионных характеристик, можно более подробно анализировать спиральные ЛБВ и ЛБВ на цепочке связанных резонаторов.

Остальная часть книги посвящена вопросам, не относящимся к процессам усиления в ЛБВ, но, тем не менее, важным для полного понимания работы прибора. Например, в некоторых современных ЛБВ используются сложные коллекторы, которые повышают КПД, но не влияют непосредственно на процесс взаимодействия пучка с системой. Коэффициенты шума, нелинейности и искажения важны в большинстве применений ЛБВ. Иногда причиной отказа оказывается ухудшение вакуума в лампе или сказываются некоторые другие факторы, поэтому в книге рассматриваются средства защиты от них. Наконец, с момента изобретения ЛБВ надежность является важным фактором. В главе, посвященной надежности прибора, изучаются различные виды отказов во всевозможных сферах его применения. В результате улучшений в технологии изготовления, а также умений потребителей и применения ими защитных средств надежность ЛБВ значительно повысилась и продолжает повышаться.

## Литература

1. R.L. Watchen, «A history of the traveling wave tube», Report No. 5202-5020, Sperry Gyroscope Company, May 18, 1953.
2. A.V. Haeff, U.S. Patent 2,064,469, filed October 23, 1933, issued December 15, 1936.
3. A.V. Haeff, U.S. Patent 2,233,126, filed October 23, 1933, issued February 25, 1941.
4. K. Posthumus, «Oscillations in split-anode magnetron», *Wireless Engineer and Experimental Wireless*, 12, March 1935, pp. 126—132.
5. N.E. Lindenblad, U.S. Patent 2,300,052, filed May 4, 1940, issued October 27, 1942.
6. R. Kompfner, «The traveling wave valve», *Wireless World*, 53, November 1946, pp. 369—372.
7. R. Kompfner, «The traveling wave tube as an amplifier at microwaves», *Proc. IRE*, 35, February 1947, pp. 124—127.
8. R. Kompfner, «The traveling wave tube», *Wireless Engineer*, 52, September 1947, pp. 255—266.
9. R. Kompfner, «On the operation of the traveling wave tube at low level», *British Institution of Radio Engineers*, August-September 1950, pp. 283-289.
10. R. Kompfner, «The invention of the traveling wave tube», from a lecture series at the University of California at Berkeley, published by San Francisco Press, 1963.
11. J.R. Pierce and L.M. Field, «Traveling wave tubes», *Proc. IRE*, 52, February 1947, pp. 108—111.
12. J.R. Pierce, U.S. Patent 2,602,148, filed October 22, 1946, issued July 1, 1952.
13. L.M. Field, U.S. Patent 2,575,383, filed October 11, 1946, issued November 20, 1951.
14. J.R. Pierce, «Theory of the beam type traveling wave tube», *Proc. IRE*, 35, February 1947, pp. 111—123.
15. Blanc-Lapierre and P. Lapostolle, «Contribution a l'étude des amplificateurs a ondes progressives», *Annales des Telecommunications*, 1, December, 1946, pp. 283—302.
16. Blanc-Lapierre and P. Lapostolle, «Sur l'interaction entre une onde progressive et un faisceau d'électrons de vitesse voisine de celle de l'onde», *Comptes Rendue Rebdomadaires des Seances de l'Academie des Scienses*, 224, January 13, 1947, pp. 104—105.
17. J.R. Pierce, *Traveling Wave Tubes*, Princeton, N.J.: Van Nostrand, 1950.

## ГЛАВА 2

# СТАТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ, СОЗДАВАЕМЫЕ ЭЛЕКТРОНАМИ

### 2.1. Электрическое поле

На многих этапах анализа движения электронов в ЛБВ необходимо учесть влияние электрического поля, создаваемого электронами. Существует ряд способов расчета электрического поля, создаваемого распределенным зарядом. Мы будем пользоваться уравнением Пуассона (известного в отсутствие заряда как уравнение Лапласа) или законом Гаусса.

#### 2.1.1. Уравнения Лапласа и Пуассона

Уравнение Лапласа имеет вид

$$\nabla^2 V = 0, \quad (2.1)$$

а уравнение Пуассона —

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (2.2)$$

где  $V$  — потенциал,  $\rho$  — плотность заряда (предполагается, что она положительна),  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная. В прямоугольных (декартовых) координатах оператор Лапласа записывается в виде

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2}{\partial x^2} V + \frac{\partial^2}{\partial y^2} V + \frac{\partial^2}{\partial z^2} V, \quad (2.3)$$

в цилиндрических координатах —

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} V + \frac{\partial^2}{\partial r^2} V + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} V + \frac{\partial^2}{\partial z^2} V, \quad (2.4)$$

в сферических координатах —

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} V \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} V \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} V. \quad (2.5)$$

В большинстве случаев оператор Лапласа оказывается чрезвычайно сложным. Однако в конфигурациях, которые будут рассмотрены далее, этот оператор можно привести к приемлемому виду благодаря симметрии и используемым аппроксимациям.

### 2.1.2. Закон Гаусса

Закон Гаусса связывает электрическое поле, создаваемое распределенным зарядом, с распределением заряда. В дифференциальной форме он имеет вид

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (2.6)$$

Эта форма записи закона Гаусса будет использована в главе 9 в волновом уравнении, которое необходимо для описания группировки электронов с учетом величины заряда электрона.

Закон Гаусса в интегральной форме записывается в виде

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}. \quad (2.7)$$

То есть интеграл по площади замкнутой поверхности  $S$  электрического поля  $E$  есть суммарный положительный заряд  $Q$  (деленный на  $\epsilon_0$ ), содержащийся внутри этой поверхности. Если система геометрически симметрична, закон Гаусса позволяет легко рассчитать электрическое поле.

В качестве примера применения закона Гаусса в интегральной форме рассмотрим сферу радиусом  $b = 1$  мм, содержащую электроны с постоянной плотностью  $3 \times 10^{11}/\text{см}^3$  (примерно такой же, как плотность электронного сгустка в ВЧ сгруппированном пучке в ЛБВ или клистроне). Найдем распределение потенциала внутри и снаружи сферы. В данном случае существует только радиальная компонента  $E_r$  напряженности электрического поля.

Внутри сферы на поверхности радиусом  $r$

$$\oint_S \vec{E}_r \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} = -\frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}{\epsilon_0}. \quad (2.8)$$

Электрическое поле на поверхности радиусом  $r$  постоянно. Кроме того, направление электрического поля совпадает с направлением вектора  $d\vec{s}$  к поверхности, поэтому векторное произведение вычисляется простым перемножением. В результате множитель  $E_r$  может быть вынесен за знак интеграла, и тогда интеграл равен площади  $S$  поверхности сферы. Тогда

$$4\pi r^2 E_r = -\frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}{\epsilon_0} \quad (2.9)$$

или

$$E_r = -\frac{\rho r}{3\epsilon_0}. \quad (2.10)$$

Разумеется, знак «минус» показывает, что электрическое поле имеет « $-r$ »-направление, то есть направлено в центр сферы электронов.

Потенциал  $V$  в точке  $r$  равен интегралу напряженности электрического поля, то есть

$$V = -\int_0^r E_r dr = \int_0^r \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr = \frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0}. \quad (2.11)$$

При  $r = b = 1$  мм

$$V = \frac{\rho b^2}{6\varepsilon_0} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 3 \times 10^{11} \text{ эл/см}^3 \times 10^6 \text{ см}^3 / \text{м}^3 \times (10^{-3})^2 \text{ м}^2}{6 \times 8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}}, \quad (2.12)$$

то есть

$$V = 904 \text{ В}. \quad (2.13)$$

Таким образом, потенциал на поверхности сферы по отношению к потенциалу в центре составляет 904 В! Эта простая задача иллюстрирует величину уменьшения потенциала, которое может иметь место в центре электронных сгустков в пучке.

Снаружи сферы электрическое поле можно определить из выражения

$$E_r \times 4\pi r^2 = -\frac{\rho \frac{4}{3} \pi b^3}{\varepsilon_0}, \quad (2.14)$$

то есть равно

$$E_r = -\frac{\rho b^3}{3\varepsilon_0 r^2}. \quad (2.15)$$

Потенциал определяется выражением

$$V = -\int_b^r E_r dr + C = \int_b^r \frac{\rho b^3}{3\varepsilon_0 r^2} dr + C, \quad (2.16)$$

где постоянная  $C$  равна потенциалу при  $r = b$ . После взятия интеграла получим

$$V = -\frac{\rho b^3}{3\varepsilon_0 r} + \frac{\rho b^2}{3\varepsilon_0} + \frac{\rho b^2}{6\varepsilon_0} = \frac{\rho b^2}{2\varepsilon_0} - \frac{\rho b^3}{3\varepsilon_0 r}. \quad (2.17)$$

Когда  $r = 2b$ , то есть 2 мм, потенциал  $V$  составляет 1,808 В по отношению к потенциалу в центре сферы. Этот результат важен для СВЧ-прибора, поскольку он показывает (как и следовало ожидать), что чем большее расстояние отделяет стенку колбы ЛБВ от электронного пучка, тем сильнее уменьшается потенциал в центре пучка.

Рис. 2.1 иллюстрирует распределение потенциала внутри и снаружи заряженной сферы с плотностью электронов  $3 \times 10^{11} / \text{см}^3$ .

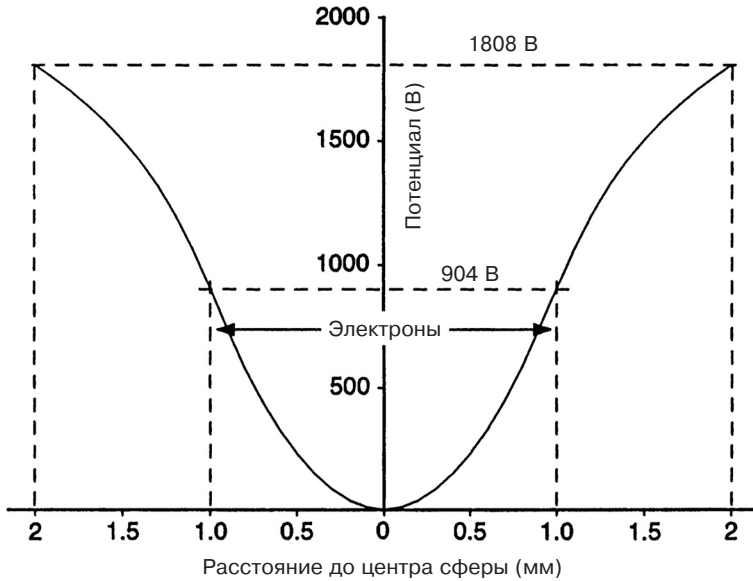


Рис. 2.1. Распределение потенциала внутри и снаружи заряженной сферы диаметром 2 мм с плотностью электронов  $3 \times 10^{11}/\text{см}^3$

## 2.2. Магнитное поле

Электронный пучок в ЛБВ создает магнитное поле, но это поле достаточно мало, и им обычно пренебрегают. Величина поля легко определяется при помощи закона Ампера. Этот закон утверждает, что интеграл магнитного поля по замкнутой кривой равен току, протекающему внутри этой кривой, то есть

$$\oint H \cdot dl = I. \quad (2.18)$$

В качестве примера предположим, что ЛБВ содержит электронный пучок радиусом  $b = 1$  мм и током 1 А, как показано на рис. 2.2. Магнитное поле внутри любой замкнутой кривой, представляющей собой окружность, концен-

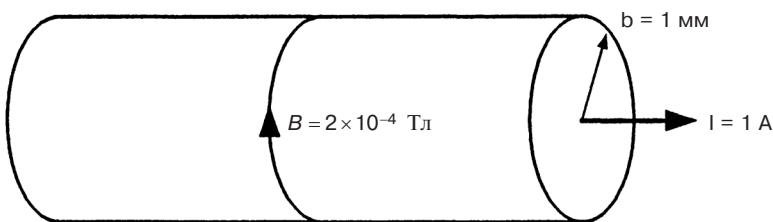


Рис. 2.2. Магнитное поле, создаваемое электронным пучком



тричную с пучком, постоянно, поэтому напряженность поля  $H$  можно вынести за знак интеграла. Поэтому интеграл по внешней границе пучка

$$\oint H \cdot dl = H \oint dl = H 2\pi b, \quad (2.19)$$

так что

$$H = \frac{1}{2\pi b} = \frac{1}{2\pi} 10^3 \text{ А/м}. \quad (2.20)$$

Тогда плотность магнитного потока (магнитная индукция) равна

$$B = \mu H = 4\pi \times 10^{-7} H = 2 \times 10^{-4} \text{ Тл}. \quad (2.21)$$

Эта величина примерно на три порядка меньше, чем величина магнитного поля, применяемого для фокусировки электронов, поэтому магнитным полем, создаваемым электронным пучком, обычно пренебрегают.

## ГЛАВА 3

# ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В СТАТИЧЕСКОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В электронной пушке и коллекторе ЛБВ постоянные напряжения применяются для создания полей, ускоряющих или замедляющих электроны. В этой главе описываются особенности влияния этих полей на электроны. Рассматривается также релятивистская поправка к скорости, которая важна для очень мощных приборов.

Самый простой случай отклонения электрона поперечными полями в катодной лучевой трубке исследуется путем анализа движения электрона в электронных линзах. Выведенные при этом соотношения, характеризующие фокусировку, будут использованы для анализа электронных пушек.

И, наконец, изучается влияние электрических полей, создаваемых электронами, на траектории электронов в устройствах осесимметричной конфигурации. Они также будут использованы как при анализе электронных пушек, так и для описания поведения электронного пучка.

### 3.1. Движение электронов параллельно электрическому полю

Предположим, что электрон движется в положительном направлении вдоль оси  $z$ , а электрическое поле  $E_z$  направлено в сторону отрицательных значений вдоль оси  $z$ . Тогда сила, действующая на электрон, равна

$$F = ma = m \frac{d^2 z}{dt^2} = -eE. \quad (3.1)$$

Если  $E_z$  постоянно, то

$$u_z = u_0 - \frac{e}{m} E_z t \quad (3.2)$$

и

$$z = z_0 + u_0 t - \frac{e}{2m} E_z t^2, \quad (3.3)$$

где  $z_0$  — начальное местоположение электрона, а  $u_0$  — начальная скорость.

Если электрон начинает движение в точке  $z = 0$ , находясь в состоянии покоя, то в любой более поздний момент времени его координата  $z$  определится выражением

$$z = -\frac{e}{2m} E_z t^2, \quad (3.4)$$

а его скорость запишется в виде

$$u_z = -\frac{e}{m} E_z t. \quad (3.5)$$

Кинетическая энергия электрона равна

$$\frac{1}{2} \mu^2 = \frac{1}{2} m \left( \frac{e}{m} E_z \right)^2 t^2 = -e E_z z, \quad (3.6)$$

но, так как  $E_z$  постоянно,  $-E_z z$  есть потенциал  $V$ , ускоряющий электрон. Поэтому

$$\frac{1}{2} \mu^2 = eVJ \quad (3.7)$$

или

$$u = \left( \frac{2eV}{m} \right)^{1/2} = 5,93 \times 10^5 \sqrt{V} \text{ м/с}. \quad (3.8)$$

Энергия электрона,  $eV$ , обычно выражается в электрон-вольтах (эВ), а не в джоулях (Дж). Соотношение между электрон-вольтами и джоулями имеет вид

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ Дж}. \quad (3.9)$$

Электрон, который был ускорен напряжением 1 В, обладает энергией 1 эВ. Электрон, ускоренный напряжением 10 000 В, обладает энергией 10 000 эВ.

Если электрон, будучи ускоренным напряжением  $V_0$ , имеет начальную скорость  $u_0$ , то

$$\frac{m}{2} (u^2 - u_0^2) = e(V - V_0). \quad (3.10)$$

Полная энергия электрона равна  $eV$ , а прирост энергии составляет  $e(V - V_0)$ .

## 3.2. Релятивистские поправки к скорости

Соотношение (3.8), полученное в предыдущем параграфе, показывает, что скорость электрона пропорциональна квадратному корню из напряжения, но это справедливо, только когда скорости малы по сравнению со скоростью света. Это связано с тем, что масса электрона предполагалась постоянной в каждой точке пространства, но, согласно релятивистской теории, масса частицы

изменяется с изменением скорости. К тому же, согласно этой теории, масса и энергия эквивалентны и связаны между собой через квадрат скорости света  $c^2$ ; то есть энергия выражается через массу с помощью соотношения

$$w = mc^2. \quad (3.11)$$

Если сила  $F$ , ускоряющая электроны, действует на расстоянии  $dz$ , то возрастание энергии  $dw$  и увеличение массы электрона  $dm$  связаны между собой соотношением

$$Fdz = dw = c^2 dm. \quad (3.12)$$

Второй закон Ньютона имеет вид

$$F = \frac{d}{dt}(mu). \quad (3.13)$$

Мы записывали

$$\frac{d}{dt}(mu) \text{ как } m \frac{du}{dt}. \quad (3.14)$$

Однако при больших скоростях, когда  $m$  меняется, это неверно и уравнение для действующей силы должно быть записано в виде

$$F = \frac{d}{dt}(mu) = m \frac{du}{dt} + u \frac{dm}{dt}. \quad (3.15)$$

Подставляя это выражение для силы в (3.12), получим, что увеличение энергии  $dw$  составит

$$m \frac{du}{dt} dz + u \frac{dm}{dt} dz = m u du + u^2 dm = c^2 dm \quad (3.16)$$

или

$$\frac{dm}{m} = \frac{u du}{c^2 - u^2} = -\frac{1}{2} \frac{d(c^2 - u^2)}{(c^2 - u^2)}. \quad (3.17)$$

Проинтегрировав левую и правую части этого выражения, получим

$$\ln(m) = -\frac{1}{2} \ln(c^2 - u^2) + \text{constant}. \quad (3.18)$$

Когда скорость электрона равна нулю, то его масса равна массе «покоя»  $m_0$  и тогда

$$\text{constant} = \ln(m_0) + \frac{1}{2} \ln(c^2). \quad (3.19)$$

В результате получим

$$\ln \frac{m}{m_0} = \ln \left( \frac{c^2}{c^2 - u^2} \right)^{1/2} \quad (3.20)$$

или

$$m = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}}. \quad (3.21)$$

Скорость электрона  $u$ , выраженная через потенциал, теперь может быть найдена пересмотром прибавки к энергии  $c^2 dm$  при ускорении электрона на расстоянии  $dz$  (см. (3.12)). Если ускоряющая сила создается электрическим полем  $E$ , то энергия, передаваемая электрону этим полем, равна  $-eEdx$  или  $e dV$ , где  $dV$  — это увеличение потенциала, за счет которого был ускорен электрон. Переданная энергия должна равняться увеличению энергии электрона, поэтому

$$e dV = c^2 dm. \quad (3.22)$$

Если электрон начинает движение из состояния покоя, где он имеет массу «покоя»  $m_0$ , и ускоряется потенциалом  $V$ , то, интегрируя, получим

$$eV = c^2 (m - m_0). \quad (3.23)$$

Подставляя массу из (3.21), получим

$$eV = c^2 m_0 \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2}} - 1 \right]. \quad (3.24)$$

Выразим отсюда скорость электрона  $u$ :

$$u = c \left[ 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{eV}{c^2 m_0}\right)^2} \right]^{1/2}. \quad (3.25)$$

Введя величину

$$V_n = \frac{m_0 c^2}{e} = 5.11 \times 10^5 \text{ В } (\sim 1/2 \text{ МВ}), \quad (3.26)$$

где  $eV_n$  — энергетический эквивалент массы покоя электрона, получим

$$u = c \left[ 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{V}{V_n}\right)^2} \right]^{1/2}. \quad (3.27)$$

Подставим это выражение для скорости в формулу (3.21) для массы:

$$m = m_0 \left( 1 + \frac{V}{V_n} \right). \quad (3.28)$$

Масса и скорость электрона в зависимости от напряжения показаны на рис. 3.1.

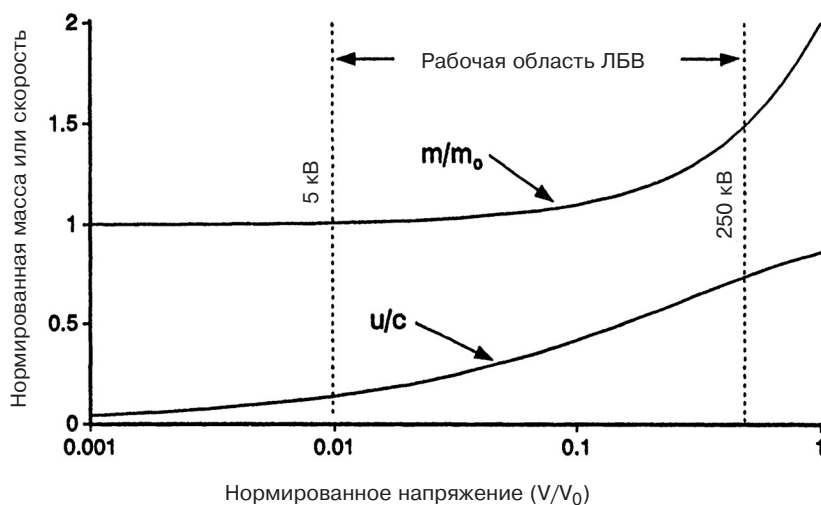


Рис. 3.1. Зависимости нормированных массы и скорости электрона от напряжения

Как показано на рис. 3.1, большинство СВЧ-ламп работает при напряжениях от 5 до 250 кВ. Некоторые маломощные приборы работают при напряжении ниже 5 кВ, и совсем немного чрезвычайно мощных ламп работают при напряжении свыше 250 кВ.

### 3.3. Движение электронов перпендикулярно постоянному электрическому полю

Рассмотрим отклонение электрона в катодной лучевой трубке (рис. 3.2). По мере прохождения электронов между отклоняющими пластинами электрон ускоряется полем  $E_y$  вдоль оси  $y$  между этими пластинами. Поэтому уравнение движения электрона вдоль оси  $y$  имеет вид

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{e}{m} E_y = \frac{eV_d}{md}, \quad (3.29)$$

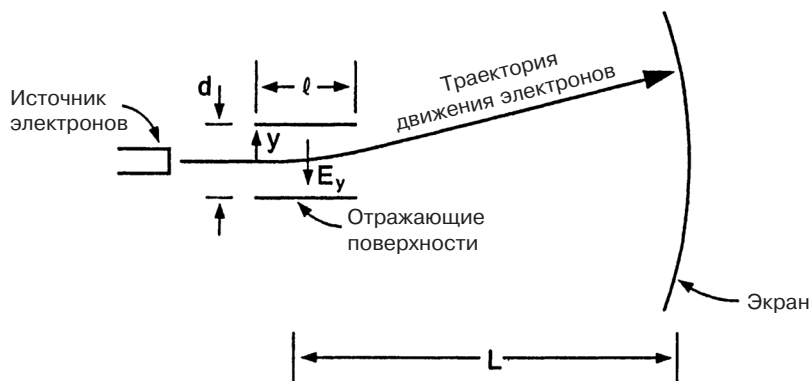


Рис. 3.2. Отклонение электронов в катодной лучевой трубке

где  $V_d$  — напряжение, приложенное к отклоняющим пластинам.  $Y$ -компонента скорости электрона через время  $t$  движения между этими пластинами будет равна

$$u_y = \frac{eV_d}{md} t. \quad (3.30)$$

Время пролета  $\tau$ , за которое электрон будет преодолевать расстояние между отклоняющими пластинами, равно

$$\tau = \frac{l}{u_0}, \quad (3.31)$$

и поэтому  $y$ -компонента скорости после того, как электрон покинет область, в которой происходит отклонение, будет равна

$$u_y = \frac{eV_d}{md} \tau = e \frac{V_d}{md} \frac{l}{u_0}. \quad (3.32)$$

Эта скорость остается постоянной до того момента, как электрон через время  $L/u_0$  достигнет отражающего экрана

$$y = \frac{eV_d Ll}{md u_0^2} = \frac{V_d Ll}{2V_0 d}. \quad (3.33)$$

### 3.4. Электронные линзы

В этом параграфе исследуется влияние электронных линз на траектории электронов, как показано на рис. 3.3а, б. Каждый набор электродов состоит из трех параллельных пластин с потенциалами, удовлетворяющими условию  $V_3 > V_2 > V_1$ . Средняя пластина с потенциалом  $V_2$  равноудалена от двух других и имеет в центре круглое отверстие.

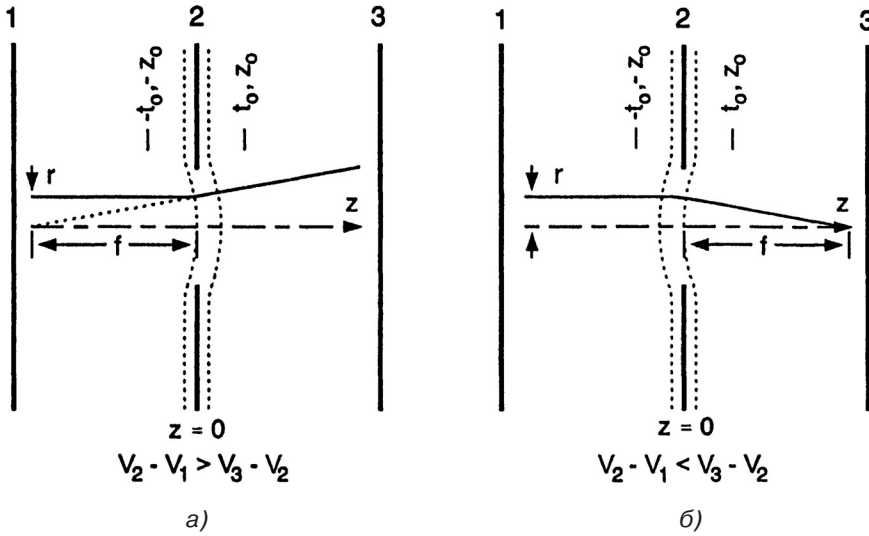


Рис. 3.3. Фокусирующее действие линз с одним отверстием

Как показано на рис. 3.3а, когда разность потенциалов между пластинами 1 и 2 больше, чем между пластинами 2 и 3, эквипотенциальные линии на отверстии изогнуты в область между пластинами 2 и 3. Траектория электрона, движущегося параллельно оси в области 1—2, отклонится вверх от горизонтальной оси в области 2—3.

В случае, показанном на рис. 3.3б, разность потенциалов между пластинами 2 и 3 больше, чем между 1 и 2, поэтому эквипотенциальные линии на отверстии изогнуты внутрь области 1—2. Таким образом, электрон, движущийся параллельно оси в области 1—2, отклонится вниз от горизонтальной оси в области 2—3.

Цель данного раздела — определить фокусное расстояние  $f$  электронной линзы в зависимости от потенциалов на электродах. Эта величина будет использована при изучении электронных пучков в главе 6.

Предположим, что  $V_1 = 0$  и что электрон покидает электрод 1 с пренебрежимо малой скоростью, тогда скорость электрона на электроде 2 ( $z = 0$ ) равна

$$u_z = \left( 2 \frac{e}{m} V_2 \right)^{1/2}. \quad (3.34)$$

Здесь сделано предположение, что потенциал при  $z = 0$  в отверстии такой же, как на электроде 2.

Вблизи отверстия в центральном электроде, где искривляются эквипотенциальные поверхности, имеется радиальная компонента электрического поля  $E_r$ .



Это радиальное поле создает силу, действующую на электрон в радиальном направлении, и тогда у электрона возникает радиальная компонента скорости  $u_r$ , которая может быть получена из выражения

$$\frac{d}{dt} \mu_r = -eE_r \tag{3.35}$$

и равна

$$u_r = -\frac{e}{m} \int_{-t_0}^{t_0} E_r dt. \tag{3.36}$$

Период времени от  $-t_0$  до  $t_0$ , по которому берется интеграл, — это время, проведенное электроном под действием радиального поля. Предполагая, что  $u_z$  не меняется за этот период времени, получим, что интервал времени от  $-t_0$  до  $t_0$  соответствует расстоянию от  $-z_0$  до  $z_0$ , а так как  $u_z = dz/dt$ , то компонента скорости  $u_r$  может быть записана как

$$u_r = -\frac{e}{m} \int_{-z_0}^{z_0} E_r dz. \tag{3.37}$$

Решение интеграла из (3.37) можно получить, используя закон Гаусса. Рассмотрим гауссову поверхность, показанную на рис. 3.4, радиусом  $r$  и длиной  $2z_0$ , расположенную в центре одной из линз, представленных на рис. 3.3. Внутри поверхности заряд отсутствует, поэтому интеграл от нормальной компоненты электрического поля по поверхности равен нулю. В результате имеем

$$\int_{-z_0}^{z_0} E_r 2\pi r dz + \int_0^r E_1 2\pi r dr - \int_0^r E_2 2\pi r dr = 0. \tag{3.38}$$

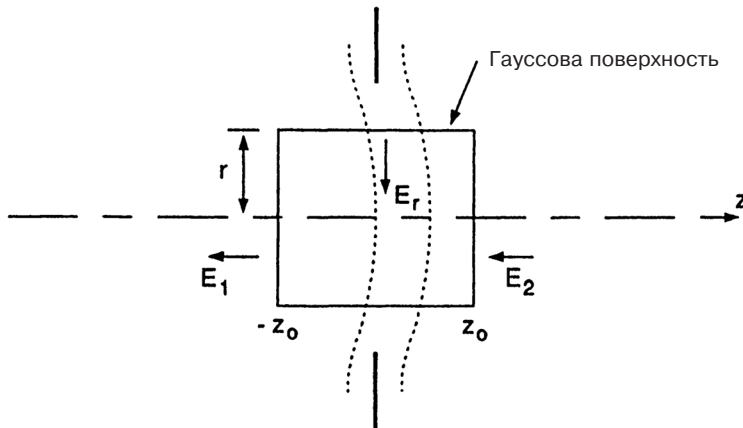


Рис. 3.4. Применение закона Гаусса к полям линзы

Тогда, предполагая, что  $E_1$  и  $E_2$  постоянны, из (3.38) получим

$$\int_{-z_0}^{z_0} E_r 2\pi r dz + \pi r^2 (E_1 - E_2) = 0, \quad (3.39)$$

или

$$\int_{-z_0}^{z_0} E_r dz = -\frac{r}{2} (E_1 - E_2). \quad (3.40)$$

Подставляя это интегральное выражение для  $E_r$  в (3.37), получим

$$u_r = \frac{e}{\mu_z} \frac{r}{2} (E_1 - E_2). \quad (3.41)$$

Поделив обе части (3.41) на  $u_z$  и используя соотношение (3.34), получим

$$\frac{u_r}{u_z} = \frac{r}{4} \frac{(E_1 - E_2)}{V_2}. \quad (3.42)$$

Но из рис. 3.3 имеем

$$\frac{u_r}{u_z} = -\frac{r}{f}, \quad (3.43)$$

где знак «минус» в правой части равенства возникает из-за того, что местоположение фокуса  $f$  отрицательно в  $z$ -направлении, в то время как  $u_r$  положительно. Тогда фокусное расстояние может быть записано в виде

$$f = -\frac{4V_2}{E_1 - E_2}. \quad (3.44)$$

Это формула Дэвиссона и Колбика для линзы с одиночным отверстием. Этот результат справедлив для  $u_r \ll u_z$  в тонкой линзе ( $z_0 \ll$  радиуса отверстия линзы).

### 3.5. Универсальная кривая расширения пучка

В предыдущих параграфах этой главы рассматривалось движение отдельных электронов под действием приложенных полей. В этом разделе предположим, что такие поля отсутствуют. Допустим, что на поток электронов действуют только поля, создаваемые самими электронами. Эта ситуация показана на рис. 3.6. До точки  $z = z_m$  пучок сходится. Но силы расталкивания между электронами, которые называются *силами пространственного заряда*, приводят к тому, что пучок перестает сходиться и начинает расширяться.

Предполагается, что электронный пучок с равномерной плотностью электронов имеет цилиндрическую форму, поэтому будут использоваться цилинд-

рические координаты. Ускорение электронов в радиальном направлении записывается в виде

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\eta E_r, \quad (3.45)$$

где  $E_r$  — электрическое поле, создаваемое электронами.

Электрическое поле  $E_r$ , создаваемое зарядом электрона в пучке, может быть найдено с помощью закона Гаусса

$$\oint_S E_r ds = -\frac{Q}{\varepsilon_0}. \quad (3.46)$$

Внутри фрагмента пучка длиной  $l$  и радиусом  $r$ , показанного на рис. 3.5, заряд равен

$$Q = \pi r^2 l \rho, \quad (3.47)$$

и, таким образом,

$$\oint_S E_r ds = -\frac{\pi r^2 l \rho}{\varepsilon_0}. \quad (3.48)$$

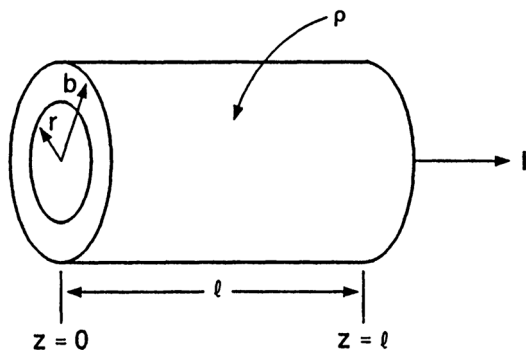


Рис. 3.5. Фрагмент электронного пучка

Электрическое поле равно нулю на концах фрагмента пучка (так как смежные фрагменты пучка создают равные и противоположно направленные компоненты полей) и постоянно на цилиндрической поверхности, поэтому интегрирование дает

$$E_r = -\frac{\pi r^2 l \rho}{2\pi r l \varepsilon_0} = -\frac{r \rho}{2\varepsilon_0}. \quad (3.49)$$

Согласно рис. 3.5 плотность заряда  $\rho$  может быть выражена через ток и скорость. Весь заряд на длине  $l$  проходит расстояние  $z = l$  за время

$$t = \frac{l}{u_0}, \quad (3.50)$$

где  $u_0$  — скорость пучка. Таким образом, ток, представляющий собой заряд в единицу времени, равен

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{\pi b^2 l \rho}{l / u_0} = \pi b^2 \rho u_0. \quad (3.51)$$

С другой стороны, плотность тока  $J$  — это ток, приходящийся на единицу площади, поэтому

$$J = \rho u_0. \quad (3.52)$$

Это фактически определение тока в пучке, которое будет часто использоваться в дальнейшем.

Подставив плотность заряда из (3.51) в (3.49), получим следующее выражение для  $E_r$ :

$$E_r = -\frac{rI}{2\pi b^2 \varepsilon_0 u_0}. \quad (3.53)$$

На границе пучка, где  $r = b$ , электрическое поле равно

$$E_r(b) = -\frac{I}{2\pi b \varepsilon_0 u_0}, \quad (3.54)$$

и поэтому уравнение движения электронов на границе пучка имеет вид

$$\frac{d^2 b}{dt^2} - \frac{\eta I}{2\pi b \varepsilon_0 u} = 0. \quad (3.55)$$

Теперь, предположив, что начальный радиус пучка  $b_0$  находится в точке  $z = 0$  (рис. 3.6), где  $db/dz = db_0/dz$ , мы хотим получить  $b$  как функцию от  $z$ . Вспомним, что

$$\frac{db}{dt} = \frac{db}{dz} \frac{dz}{dt}, \quad (3.56)$$

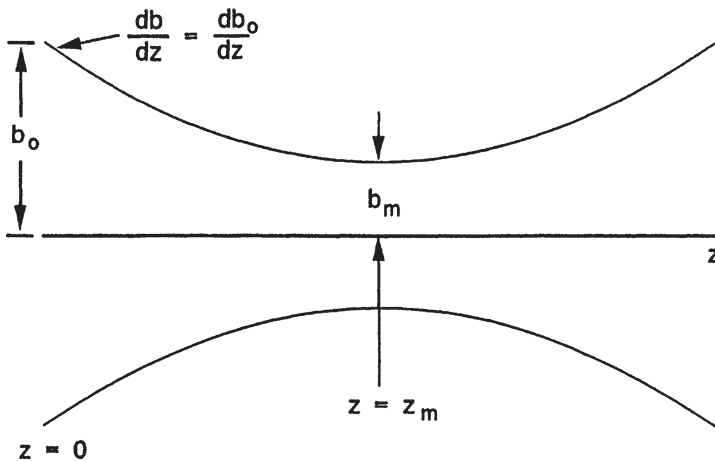


Рис. 3.6. Предполагаемая форма пучка

откуда

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = \frac{d}{dz} \left( \frac{db}{dz} \frac{dz}{dt} \right) \frac{dz}{dt} = \left( \frac{d^2 b}{dz^2} \frac{dz}{dt} \right) \frac{dz}{dt} + \left( \frac{db}{dz} \frac{d^2 z}{dt^2} \right) \frac{dz}{dt}. \quad (3.57)$$

Но  $dz/dt = u_0$ , а  $d^2 z/dt^2 = 0$ , поэтому

$$\frac{d^2 b}{dt^2} = u_0^2 \frac{d^2 b}{dz^2}. \quad (3.58)$$

Это означает, что

$$\frac{d^2 b}{dz^2} - \frac{\eta I}{2\pi b \epsilon_0 u_0^3} = 0. \quad (3.59)$$

Далее положим, что

$$A^2 = \frac{\eta I}{\pi \epsilon_0 u_0^3} = \frac{\eta I}{\pi \epsilon_0 (2\eta V)^{3/2}} = \frac{P}{2\pi \epsilon_0 \sqrt{2}\eta} = 3,04 \times 10^4 P \quad (3.60)$$

или

$$A = 174\sqrt{P}, \quad (3.61)$$

где

$$P = \frac{I}{V^{3/2}}. \quad (3.62)$$

В главе 5 будет показано, что связь между током и напряжением в большинстве вакуумных диодов, включая электронные пушки ЛБВ, дается выражением (3.62). Величина  $P$  называется *первеансом* и зависит только от геометрии диода или электронной пушки. Теперь, подставляя  $A$  из (3.60) в (3.59), получим следующее выражение для радиуса пучка:

$$\frac{d^2 b}{dz^2} - \frac{A^2}{2b} = 0. \quad (3.63)$$

Это соотношение можно переписать как

$$\frac{d^2 \frac{b}{b_0}}{d \left( A \frac{z}{b_0} \right)^2} - \frac{b_0}{2b} = 0 \quad (3.64)$$

или как

$$\frac{d^2 B}{dZ^2} - \frac{1}{2B} = 0, \quad (3.65)$$

где

$$B = \frac{b}{b_0} \text{ и } Z = A \frac{z}{b_0}. \quad (3.66)$$

После умножения на  $dB/dZ$  выражение (3.65) может быть проинтегрировано, в результате чего получим

$$\left(\frac{dB}{dZ}\right)^2 = \ln B + C. \quad (3.67)$$

При  $Z = z = 0$   $b = b_0$ , значит  $B = 1$ , а  $db/dz = db_0/dz$ , значит  $dB/dZ = dB_0/dZ$ , поэтому

$$C = -\ln 1 + \left(\frac{dB_0}{dZ}\right)^2 = \left(\frac{dB_0}{dZ}\right)^2. \quad (3.68)$$

Тогда из (3.67) с учетом (3.68) следует, что

$$\left(\frac{dB}{dZ}\right)^2 = \ln B + \left(\frac{dB_0}{dZ}\right)^2 \quad (3.69)$$

или

$$B = e^{(dB/dZ)^2 - (dB_0/dZ)^2}. \quad (3.70)$$

Когда радиус пучка достигает минимального значения  $b_m$  и  $B = B_m$ , тогда  $dB/dZ = 0$ . В таком случае

$$B_m = e^{-(dB_0/dZ)^2}. \quad (3.71)$$

Чтобы найти  $Z$ , (3.69) можно переписать следующим образом:

$$dZ = \frac{dB}{(\ln B + (dB_0/dZ)^2)^{1/2}}, \text{ или } Z = \int_1^B \frac{dB}{(\ln B + (dB_0/dZ)^2)^{1/2}}. \quad (3.72)$$

Интеграл можно взять с помощью замены переменных, учитывая, что

$$u = \frac{dB}{dZ} = \left( \ln B + \left(\frac{dB_0}{dZ}\right)^2 \right)^{1/2}. \quad (3.73)$$

Тогда

$$B = e^{u^2 - (dB_0/dZ)^2} \text{ и } dB = 2ue^{u^2 - (dB_0/dZ)^2} dz. \quad (3.74)$$

Теперь подставим новые пределы интегрирования

$$u = \frac{dB_0}{dZ} \text{ при } B = 1 \text{ и } u = \frac{dB}{dZ} = \pm[\ln B + (dB_0/dZ)^2]^{1/2} \text{ при } B = B, \quad (3.75)$$

и тогда

$$Z = 2e^{-(dB_0/dZ)^2} \int_{dB_0/dZ}^{dB/dZ} e^{u^2} du. \quad (3.76)$$

По мере того как  $Z$  становится больше нуля, пучок сначала сходится, так что  $dB_0/dZ < 0$  и  $B < 1$ . На этом промежутке при нахождении  $Z$  верхний предел

интегрирования задается отрицательным. В точке  $z = z_m$  и  $Z = Z_m$  верхний предел становится равным нулю. При  $Z > Z_m$  он задается положительным.

Можно построить графики переменной  $B$  как функции от  $Z$  для различных значений  $dB_0/dZ$ , выбирая значения  $dB/dZ$  и затем вычисляя соответствующие значения  $B$  (3.70) и  $Z$  (3.76). Результат показан на рис. 3.7.

Кривые на рис. 3.7 симметричны относительно точки, в которой достигается минимальный радиус пучка. По мере того как  $dB_0/dZ$ , являясь отрицательным, растет по абсолютной величине, минимум сначала сдвигается вправо (в  $+Z$ -направлении), а затем влево. Таким образом, для заданного первеанса существует оптимальное значение  $dB_0/dZ$ , обеспечивающее максимальную длину пролетного канала, по которому может распространяться пучок, не соприкасаясь со стенками.

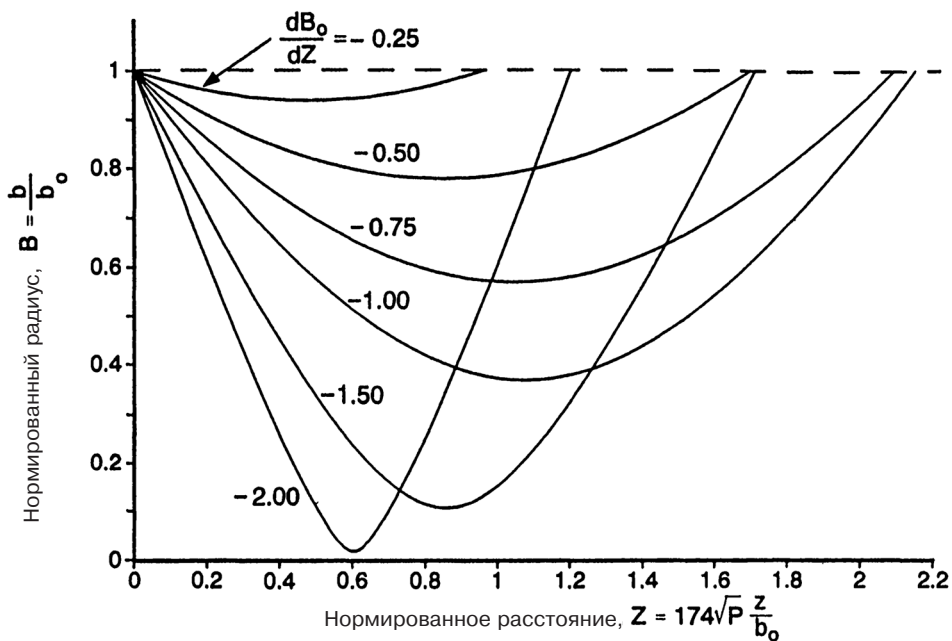


Рис. 3.7. Траектории электронов под влиянием пространственного заряда

При создании электронной пушки большой интерес будет представлять координата минимума радиуса пучка. Эту величину  $Z_{\min}$  как функцию от  $dB_0/dZ$  можно определить с помощью формулы (3.76), положив в ней  $dB/dZ = 0$ :

$$Z_{\min} = 2e^{-(dB_0/dZ)^2} \int_{dB_0/dZ}^0 e^{u^2} du. \tag{3.77}$$

График этой зависимости изображен на рис. 3.8.

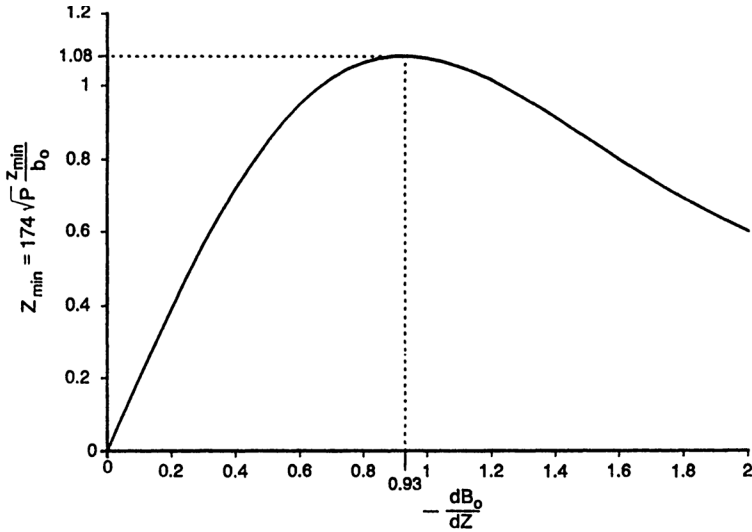


Рис. 3.8. Координата минимума радиуса пучка  $Z_{min}$  как функция от  $dB_0/dZ$

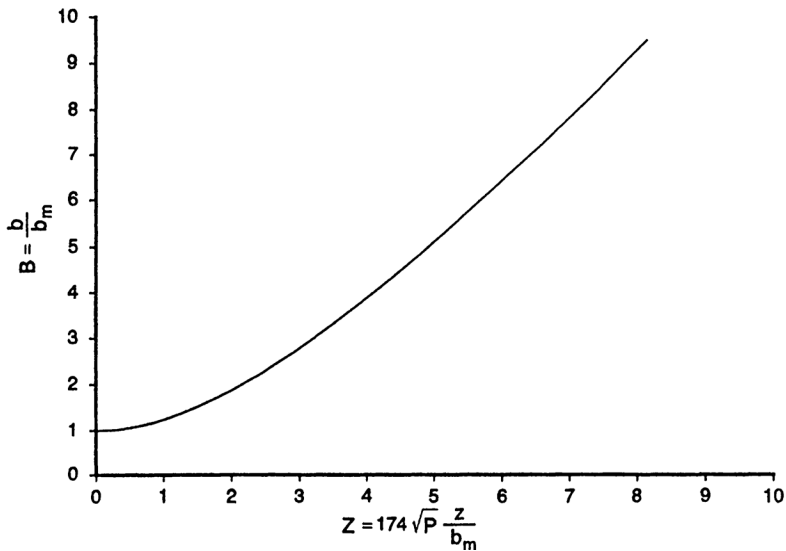


Рис. 3.9. Универсальная кривая расширения пучка

Разновидность этой кривой, которая может быть получена при изменении начальных условий для координаты минимума радиуса пучка  $b_m$  и нормировкой радиуса и аксиального расстояния на минимальный радиус  $b_m$ , называется *универсальной кривой расширения пучка* (рис. 3.9). Она симметрична относительно точки  $z = z_0$ . Эта кривая описывает форму электронного пучка в свободном от внешних полей пространстве. Она используется в периодических фокусирующих системах, в которых эта кривая описывает форму пучка между линзами.



## ГЛАВА 4

# ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

Магнитные поля используются почти во всех СВЧ-приборах для того, чтобы управлять движением электронов. В этой главе сначала рассматривается движение электрона в статическом магнитном поле. Затем исследуется движение в совместно действующих магнитном и электрическом полях. После основного анализа аксиально-симметричных полей выводится теорема Буша. Эта теорема применяется, когда присутствуют как аксиальные, так и радиальные электрические или магнитные поля, и имеет большое значение при анализе электронных пучков во всех лучевых приборах.

### 4.1. Движение электронов в статическом магнитном поле

Прежде чем вывести уравнения движения электрона в магнитном поле, необходимо понять, какое влияние магнитное поле должно оказывать на траекторию электрона. Рассмотрим электрон, движущийся со скоростью  $u_0$ , направленной под прямым углом к постоянному магнитному полю  $B$ . Сила, действующая на

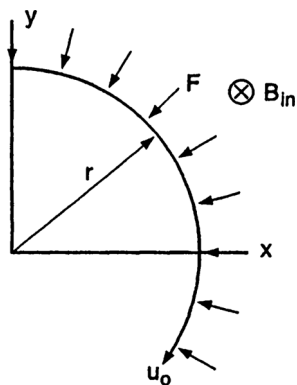


Рис. 4.1. Отклонение траектории электрона от линейной под действием магнитного поля

электрон, равна  $e u_0 B$ , и, так как она направлена перпендикулярно к траектории электрона, она не меняет его скорости. Поскольку скорость постоянна, сила также постоянна.

Сила отклоняет траекторию электрона от прямой линии, как показано на рис. 4.1, и остается перпендикулярной к траектории. В результате траектория движения электрона принимает форму окружности. Ее радиус можно определить, учитывая то, что на электрон действует направленная наружу центробежная сила, по мере того как он движется по окружности. Эта сила равна  $\mu_0^2 r$ , где  $r$  — искомый радиус. Эта на-

правленная наружу сила равна противоположно направленной силе, созданной магнитным полем, поэтому

$$eu_0 B = \frac{\mu_0^2}{r}, \quad (4.1)$$

откуда

$$r = \frac{\mu_0}{eB}. \quad (4.2)$$

Радиус можно выразить через напряжение  $V_0$ , которым электрон разгоняется до скорости  $u_0$ :

$$r = \frac{\left(2 \frac{e}{m} V_0\right)^{1/2}}{\frac{e}{m} B} = 3,37 \times 10^{-6} \frac{V_0^{1/2}}{B} \text{ м.} \quad (4.3)$$

При напряжении  $V_0 = 10000$  В и магнитном поле  $B = 0,1$  Тл (1000 Гс)  $r = 3,37$  мм.

Легко можно определить частоту вращения электрона, поскольку длина окружности вращения равна  $2\pi r$ , а скорость —  $u_0$ . Тогда время каждого оборота электрона равно

$$t = \frac{2\pi r}{u_0} = \frac{2\pi m}{eB}, \quad (4.4)$$

а частота его вращения составит

$$f = \frac{1}{t} = \frac{1}{2\pi} \frac{e}{m} B. \quad (4.5)$$

Отметим, что эта частота зависит только от заряда электрона, его массы и от магнитной индукции, а не от скорости электрона или радиуса траектории его движения. Угловая частота, с которой вращается электрон, называется *циклотронной частотой*  $\omega_c$ , определяемой выражением  $\omega_c = 2\pi f$  или

$$\omega_c = \frac{e}{m} B. \quad (4.6)$$

Далее представлены некоторые значения магнитной индукции и соответствующие им частоты  $f_c = \omega_c / 2\pi$

$B$ (Тл)	$f_c$ (МГц)
0,0001	2,8
0,001	28
0,01	280
0,1	2800
1,0	28000

## 4.2. Движение электронов при совместном действии электрического и магнитного полей

### 4.2.1. Взаимно перпендикулярные поля в декартовых координатах

Основное уравнение для действующей на электрон силы имеет вид

$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}). \quad (4.7)$$

Рассмотрим взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля в декартовых координатах. Пусть электрическое поле  $E$  направлено по оси  $y$  в сторону отрицательных значений,  $-y$ , а магнитное поле  $B$  — по оси  $z$  в сторону отрицательных значений,  $-z$ . Тогда

$$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{i}\ddot{x} + \vec{j}\ddot{y} + \vec{k}\ddot{z}), \quad (4.8)$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  и  $\vec{k}$  — единичные вектора, направленные по осям  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно. Две точки над  $x$ ,  $y$  и  $z$  обозначают вторые производные по времени.

Тогда скорость равна

$$\vec{u} = \vec{i}\dot{x} + \vec{j}\dot{y} + \vec{k}\dot{z}, \quad (4.9)$$

и, таким образом,

$$\vec{u} \times \vec{B} = (\vec{i}\dot{x} + \vec{j}\dot{y} + \vec{k}\dot{z}) \times (-\vec{k}B_z) = \vec{j}\dot{x}B_z - \vec{i}\dot{y}B_z. \quad (4.10)$$

Теперь можно уравнять соответствующие компоненты силы:

$$\ddot{x} = -\frac{e}{m}(-\dot{y}B_z) = \omega_c \dot{y}, \quad (4.11)$$

$$\ddot{y} = -\frac{e}{m}(-E_y + \dot{x}B_z) = \eta E_y - \omega_c \dot{x}, \quad (4.12)$$

$$\ddot{z} = 0. \quad (4.13)$$

Если предположить, что  $E_y$  и  $B_z$  постоянны, то можно проинтегрировать эти уравнения, в результате чего получим

$$\dot{x} = \omega_c y + C_1, \quad (4.14)$$

$$\dot{y} = \eta E_y t - \omega_c x + C_2, \quad (4.15)$$

$$\dot{z} = C_3. \quad (4.16)$$

В дальнейшем предположим, что при  $t = 0$

$$\dot{x} = u_0, \dot{y} = 0, \dot{z} = 0, x = 0, y = y_0, \quad (4.17)$$

то есть электрон входит в систему координат, как показано на рис. 4.2.

С этими начальными условиями получим

$$C_1 = u_0 - \omega_c y_0, C_2 = 0 \text{ и } C_3 = 0, \quad (4.18)$$

и тогда

$$\dot{x} = \omega_c (y - y_0) + u_0, \quad (4.19)$$

$$\dot{y} = \eta E_y t - \omega_c x, \quad (4.20)$$

$$\dot{z} = 0. \quad (4.21)$$

Подставляя эти выражения для скоростей в уравнения для ускорений (4.11) и (4.12), получим

$$\ddot{x} + \omega_c^2 x = \eta \omega_c E_y t, \quad (4.22)$$

$$\ddot{y} + \omega_c^2 y = \eta E_y + \omega_c^2 y_0 - \omega_c u_0. \quad (4.23)$$

Решения этих уравнений имеют вид

$$x = -r \sin(\omega_c t) + \frac{\eta E_y}{\omega_c} t = -r \sin(\omega_c t) + \frac{E_y}{B_z} t, \quad (4.24)$$

$$y = -r \cos(\omega_c t) + C, \quad (4.25)$$

а уравнения для скоростей —

$$\dot{x} = -r \omega_c \cos(\omega_c t) + \frac{E_y}{B_z} t, \quad (4.26)$$

$$\dot{y} = r \omega_c \sin(\omega_c t). \quad (4.27)$$

Значения  $r$  и  $C$  можно найти, используя следующие начальные условия.

При  $t = 0$

$$\dot{x} = u_0 = -r \omega_c + \frac{E_y}{B_z}, \quad (4.28)$$

откуда

$$r = \frac{1}{\omega_c} \left( \frac{E_y}{B_z} - u_0 \right). \quad (4.29)$$

При этом

$$y = y_0 = -\frac{1}{\omega_c} \left( \frac{E_y}{B_z} - u_0 \right) + C, \quad (4.30)$$

откуда

$$C = y_0 + \frac{1}{\omega_c} \left( \frac{E_y}{B_z} - u_0 \right). \quad (4.31)$$

В конечном счете

$$x = -r \sin(\omega_c t) + \frac{E_y}{B_z} t = -\frac{1}{\omega_c} \left( \frac{E_y}{B_z} - u_0 \right) \sin(\omega_c t) + \frac{E_y}{B_z} t \quad (4.32)$$

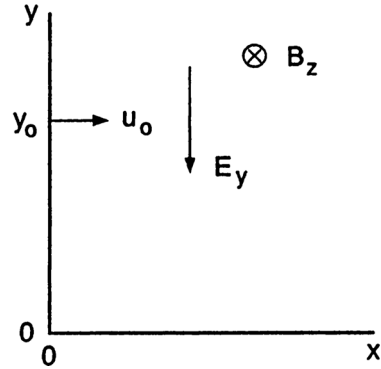


Рис. 4.2. Начальные условия движения электрона

и

$$y = -r(\cos(\omega_c t) - 1) + y_0 = -\frac{1}{\omega_c} \left( \frac{E_y}{B_z} - u_0 \right) (\cos(\omega_c t) - 1) + y_0. \quad (4.33)$$

Чтобы понять, что означают эти уравнения, предположим, что мы движемся в +x-направлении со скоростью  $\frac{E_y}{B_z}$  и наблюдаем за движением электрона.

- При  $\omega_c t = 0$       $x = 0$     и  $y = y_0$ .
- При  $\omega_c t = \pi/2$     $x = -r$    и  $y = y_0 + r$ .
- При  $\omega_c t = \pi$       $x = 0$     и  $y = y_0 + 2r$ .
- При  $\omega_c t = 3\pi/2$     $x = r$     и  $y = y_0 + r$ .
- При  $\omega_c t = 2\pi$      $x = 0$     и  $y = y_0$ .

Электроны начинают вращаться, как показано на рис. 4.3, то есть по часовой стрелке с частотой  $\omega_c$  по окружности с радиусом  $r$ .

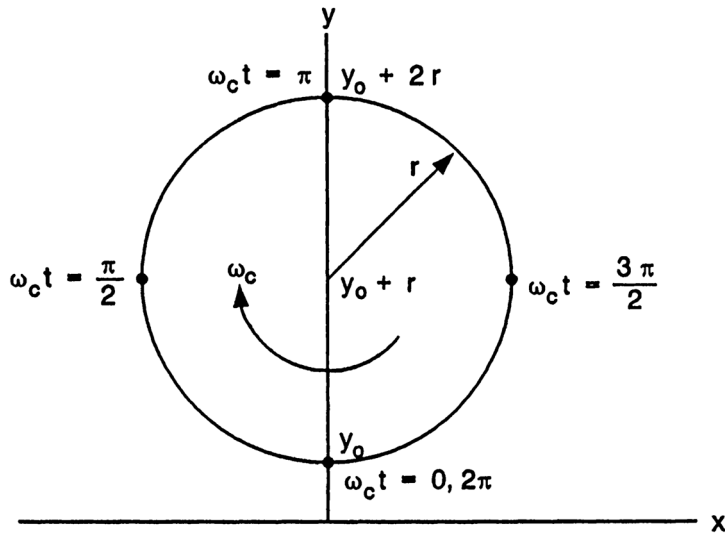


Рис. 4.3. Движение электрона в случае, когда система координат перемещается со скоростью  $\eta E_y/\omega_c$

Реальная траектория зависит от начальной скорости электрона. Например, если  $u_0 = 0$ , то

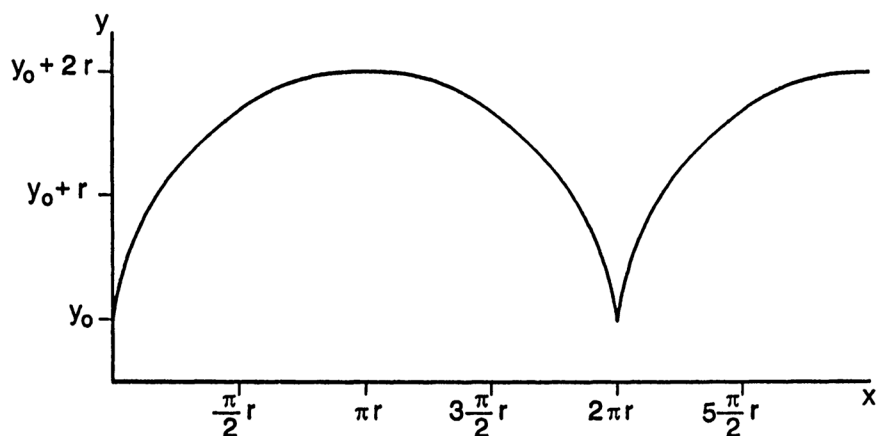
$$r = \frac{1}{\omega_c} \frac{E_y}{B_z}, \quad (4.34)$$

$$x = -r \sin(\omega_c t) + r\omega_c t \quad (4.35)$$

и

$$y = -r(\cos(\omega_c t) - 1) + y_0, \quad (4.36)$$

Траектория для этого случая показана на рис. 4.4.

Рис. 4.4. Траектория электрона при  $u_0 = 0$ 

Если  $u_0 = -E_y / B_z$ , то

$$r = \frac{2}{\omega_c} \frac{E_y}{B_z}, \quad (4.37)$$

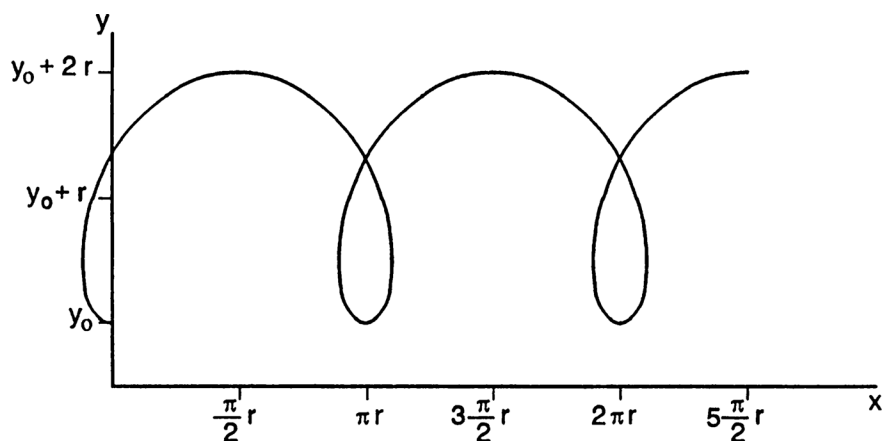
$$x = -r \sin(\omega_c t) + \frac{r \omega_c}{2} t \quad (4.38)$$

и

$$y = -r(\cos(\omega_c t) - 1) + y_0. \quad (4.39)$$

Эта траектория показана на рис. 4.5. Если  $u_0 = E_y / B_z$ , то  $r = 0$  и электрон движется по прямой параллельно оси  $x$ .

Такое движение электронов наблюдается в магнетроне, где электрическое поле радиально, а магнитное поле параллельно оси прибора.

Рис. 4.5. Траектория электрона при  $u_0 = -E_y/B_z$

### 4.2.2. Аксиально-симметричные поля

Теперь рассмотрим случай аксиально-симметричных электрического и магнитного полей. Обычный пример такой конфигурации — радиальное электрическое поле без азимутальных вариаций по  $\theta$  и аксиальное магнитное поле. В этом случае лучше всего работать в цилиндрических координатах. На рис. 4.6 можно видеть, что компоненты сил  $F_r$  и  $F_\theta$  в цилиндрических координатах можно выразить через компоненты сил  $F_x$  и  $F_y$  в декартовых координатах следующим образом:

$$F_r = F_x \cos \theta + F_y \sin \theta \quad (4.40)$$

и

$$F_\theta = F_x \sin \theta - F_y \cos \theta. \quad (4.41)$$

Так как  $x = r \cos \theta$ , то

$$\dot{x} = \dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta, \quad (4.42)$$

и тогда

$$F_x = m\ddot{x} = m(\ddot{r} \cos \theta - \dot{r} \dot{\theta} \sin \theta - \dot{r} \dot{\theta} \sin \theta - r \ddot{\theta} \sin \theta - r \dot{\theta}^2 \cos \theta). \quad (4.43)$$

Аналогично, так как  $y = r \sin \theta$ , то

$$\dot{y} = \dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta, \quad (4.44)$$

и поэтому

$$F_y = m\ddot{y} = m(\ddot{r} \sin \theta + \dot{r} \dot{\theta} \cos \theta + \dot{r} \dot{\theta} \cos \theta + r \ddot{\theta} \cos \theta - r \dot{\theta}^2 \sin \theta). \quad (4.45)$$

Подставляя эти выражения в формулы для  $F_r$  и  $F_\theta$ , получим следующие соотношения для компонент сил в цилиндрических координатах:

$$F_r = m(\ddot{r} - r \dot{\theta}^2), \quad (4.46)$$

$$F_\theta = m(2\dot{r} \dot{\theta} + r \ddot{\theta}). \quad (4.47)$$

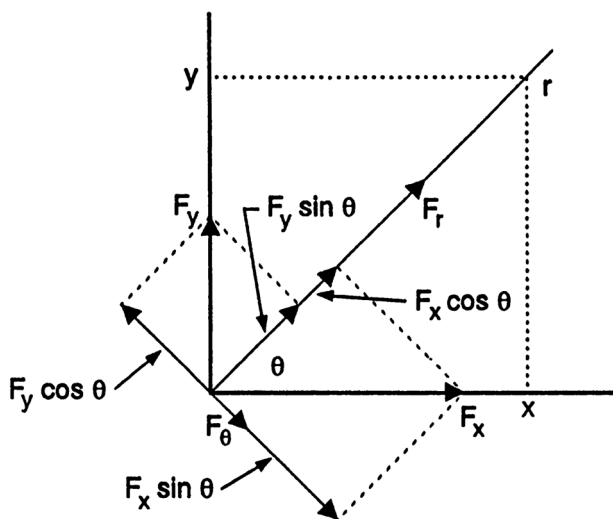


Рис. 4.6. Переход от декартовой системы координат к цилиндрической

Теперь рассмотрим практическое применение этих формул. В магнетроне со сплошным анодным блоком с приложенным между анодом и катодом напряжением, как показано на рис. 4.7, электрическое поле направлено радиально и не зависит от  $\theta$ . Магнитное поле ориентировано в аксиальном направлении. По мере того как электроны покидают катод и движутся по направлению к аноду, они отклоняются в  $\theta$ -направлении. В цилиндрических координатах, если  $r$  направлено от оси, а  $\theta$  — по часовой стрелке вокруг оси, то  $z$  перпендикулярно плоскости рисунка и сила, действующая в направлении  $\theta$ , равна

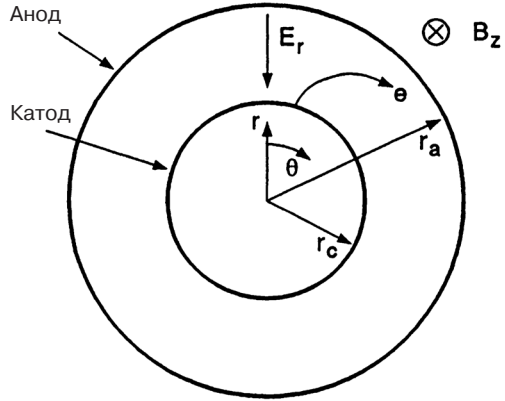


Рис. 4.7. Магнетрон со сплошным анодным блоком

$$F_{\theta} = m(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = -e u_r B_z = e r \dot{\theta} B_z. \quad (4.48)$$

Это выражение может быть записано как

$$2r\dot{r}\dot{\theta} + r^2\ddot{\theta} = \omega_c r \dot{r} \quad (4.49)$$

или как

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = \frac{\omega_c}{2} \frac{d}{dt} r^2. \quad (4.50)$$

Последнее соотношение может быть проинтегрировано, в результате чего получим

$$r^2\dot{\theta} = \frac{\omega_c}{2} r^2 + \text{constant}. \quad (4.51)$$

Далее предположим, что начальные условия для электрона на катоде имеют вид

$$\dot{\theta} = 0 \text{ при } r = r_c, \text{ и тогда } \text{constant} = -\frac{\omega_c}{2} r_c^2. \quad (4.52)$$

В результате получим

$$r^2\dot{\theta} = \frac{\omega_c}{2} (r^2 - r_c^2), \quad \dot{\theta} = \frac{\omega_c}{2} \left( 1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right). \quad (4.53)$$

На аноде, где  $r = r_a$ , угловая скорость электрона равна

$$\dot{\theta}_a = \frac{\omega_c}{2} \left( 1 - \frac{r_c^2}{r_a^2} \right). \quad (4.54)$$



Если потенциал анода  $V_a$  по отношению к потенциалу катода такой, что электрон как раз лишь достигает анода (т.е.  $\dot{r} = 0$ ), то скорость электрона равна

$$u_a = \sqrt{2\eta V_a} = r_a \dot{\theta}_a. \tag{4.55}$$

Это равенство можно переписать и, объединив его с (4.54), получить

$$V_a = \frac{\theta_a^2 r_a^2}{2\eta} = \frac{\omega_c^2 r_a^2}{8\eta} \left(1 - \frac{r_c^2}{r_a^2}\right)^2. \tag{4.56}$$

Таким образом, потенциал, при котором электрон едва касается анода, зависит от размеров  $r_a$  и  $r_c$ , а также от магнитной индукции (в  $\omega_c$ ), но не зависит от расстояния, на котором меняется потенциал между катодом и анодом. Траектория электрона для этого случая показана на рис. 4.8а. Это условие называется *условием отсечки Хелла*. Если  $V_a$  больше, чем значение, даваемое формулой (4.56), то электрон ударяет в анод (рис. 4.8б), а если меньше, то электрон возвращается на катод (рис. 4.8в).

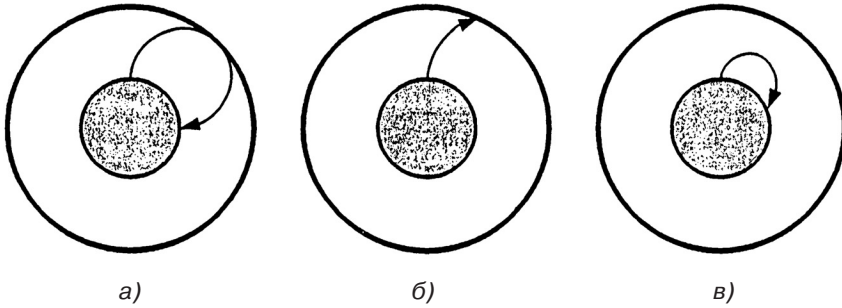


Рис. 4.8. Траектории электронов при различных потенциалах анода:  
 а —  $V_a = V_a$  отсечки Хелла; б —  $V_a > V_a$  отсечки Хелла; в —  $V_a < V_a$  отсечки Хелла

### 4.2.3. Теорема Буша

Теорема Буша применяется в случае аксиально-симметричных полей, и в общем виде она представляет собой выражение для угловой скорости электронов в магнетроне (4.53). Теорема справедлива в том случае, когда присутствуют как аксиальные, так и радиальные электрическое или магнитное поля. Таким образом, эта теорема — мощный инструмент для анализа электронных пучков в лучевых приборах.

Как и в случае магнетрона, будут рассматриваться  $\theta$ -направленные силы. Однако в то же время появятся силы, возникающие за счет аксиального движения электронов  $\dot{z}$  и радиальной компоненты магнитной индукции  $B_r$ . Тогда уравнение для силы, действующей в  $\theta$ -направлении, примет вид

$$m(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = e\dot{z}B_z - e\dot{z}B_r. \tag{4.57}$$

Его также можно записать следующим образом:

$$\eta r(\dot{r}B_z - \dot{z}B_r) = \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}). \quad (4.58)$$

Умножив обе части на  $dt$ , получим

$$\eta(rdrB_z - rdzB_r) = d(r^2\dot{\theta}). \quad (4.59)$$

Далее рассмотрим поверхность, образованную вращением траектории электрона вокруг оси  $z$  (рис. 4.9). Пусть  $\psi$  — магнитный поток внутри этой поверхности при заданном значении  $z$ , то есть

$$\psi = \int_0^r B_z 2\pi r dr. \quad (4.60)$$

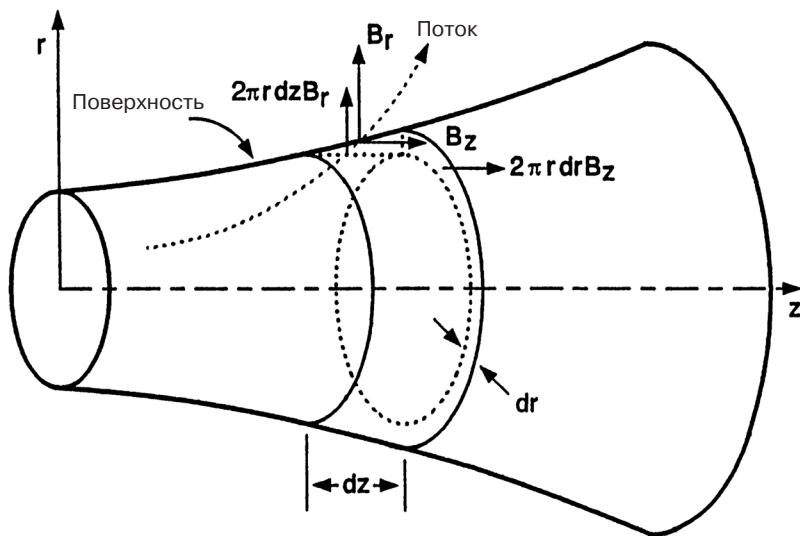


Рис. 4.9. Поверхность, образованная вращением траектории электрона вокруг оси  $z$

Теперь рассмотрим изменение величины  $\psi$  на расстоянии  $dz$ . Поток будет уменьшаться на величину, пересекающую поверхность на расстоянии  $dz$ . Величина потока, вышедшего наружу через поверхность, равна разности между радиальной ( $2\pi r dz B_r$ ) и аксиальной ( $2\pi r dr B_z$ ) компонентами:

$$2\pi r dz B_r - 2\pi r dr B_z, \quad (4.61)$$

и тогда изменение потока внутри поверхности  $d\psi$  равно

$$d\psi = -(2\pi r dz B_r - 2\pi r dr B_z). \quad (4.62)$$

Сравнивая это выражение с уравнением (4.59), видим, что

$$\frac{\eta}{2\pi} d\psi = d(r^2\theta) \quad (4.63)$$

или

$$\dot{\theta} = \frac{\eta}{2\pi r^2} (\psi - \psi_0), \quad (4.64)$$

где  $\psi_0$  — поток, который проходит через поверхность, ограниченную траекторией электрона, в точке, в которой  $\dot{\theta} = 0$  (на катоде). Таким образом, угловая скорость электрона прямо пропорциональна величине потока, пересекающего его траекторию.

Зачастую представляет интерес движение электронов вблизи оси соленоида. В этом случае  $\partial B_z / \partial r \approx 0$ , поэтому

$$\psi = \pi r^2 B_z \text{ и } \psi_0 = \pi r_0^2 B_{z0}, \quad (4.65)$$

где  $B_{z0}$  — плотность потока в точке, в которой  $\dot{\theta} = 0$ . Таким образом, теорема Буша принимает приближенную форму

$$\dot{\theta} = \frac{\eta}{2} \left( B_z - B_{z0} \frac{r_0^2}{r^2} \right) \quad (4.66)$$

или

$$\dot{\theta} = \frac{1}{2} \left( \omega_c - \omega_{c0} \frac{r_0^2}{r^2} \right). \quad (4.67)$$

## ГЛАВА 5

### КАТОДЫ

Катод — источник электронов для электронного пучка в СВЧ-приборах. Плотность тока электронной эмиссии с катода колеблется в пределах от миллиампер до десятков ампер на квадратный сантиметр площади катода.

Чаще всего используются два механизма эмиссии электронов с катода:

- термоэмиссия,
- вторичная эмиссия.

В катодах для ламп с бегущей волной используется только термоэмиссия, поэтому термокатоды будут главным предметом обсуждения в этой главе. Вторично-эмиссионные катоды, которые используются в приборах со скрещенными полями, таких как магнетроны и некоторые другие усилители, здесь обсуждаться не будут.

Дж. Р. Пирс [1] перечислил основные характеристики, которыми должен обладать идеальный катод:

1. Свободно эмитировать электроны, без всякого рода нагреваний или бомбардировки (электроны должны перемещаться из него в вакуум также легко, как они переходят из одного металла в другой).
2. Эмитировать обильно, обеспечивая неограниченную плотность тока.
3. Электронная эмиссия должна продолжаться так долго, как это необходимо.
4. Эмитировать электроны равномерно, с практически нулевыми скоростями.

Разумеется, реальные катоды не обладают этими идеальными характеристиками. Например, реальные катоды необходимо нагревать до температур около 1000 °С для того, чтобы обеспечить существенную электронную эмиссию. При такой температуре плотность тока составляет не более нескольких десятков ампер на квадратный сантиметр. В связи с необходимостью высокой рабочей температуры некоторые важные составляющие катода испаряются, что ведет к их истощению и, в конце концов, к окончанию срока службы катода.

Необходимость четвертой характеристики идеального катода не так очевидна, как первых трех. Прежде всего стоит отметить, что в реальных катодах имеют место случайные микроскопические флуктуации скоростей эмитированных электронов. Во-вторых, электроны эмитируются со случайными конечными скоростями в случайных направлениях по отношению к поверхности

катода. В связи с этим имеется по крайней мере две важных причины того, почему идеальный катод «должен эмитировать электроны равномерно, с практически нулевыми скоростями»:

1. Флуктуации электронной эмиссии и вариации скоростей эмитируемых электронов приводят к шумовым токам в электронном пучке, которые, в свою очередь, порождают шум в выходном сигнале.
2. Вариации скоростей эмитируемых электронов и направлений, в которых они двигаются с поверхности катода, приводят к проблемам фокусировки электронов в сформированный пучок. Эта проблема особенно резко проявляется в очень маленьких пучках большой плотности.

Несмотря на то, что реальные катоды не обладают характеристиками, которые должен иметь идеальный катод Пирса, происходит значительный прогресс в приближении их характеристик к идеальным. Этот прогресс отображен на рис. 5.1. Отметим, в частности, большое увеличение эмиссионной способности катодов за последнее десятилетие. Как было отмечено Томасом и др., этот прогресс в значительной степени обусловлен появлением современных аналитических методов, сделавших возможным лучшее понимание физических и химических свойств эмитирующих поверхностей [2]. В этой главе мы попытаемся дать достаточный подготовительный материал, с помощью которого, по крайней мере качественно, можно понять работу современных катодов, за исключением скандиевого катода. Работа скандиевого катода является предметом активного изучения в настоящее время

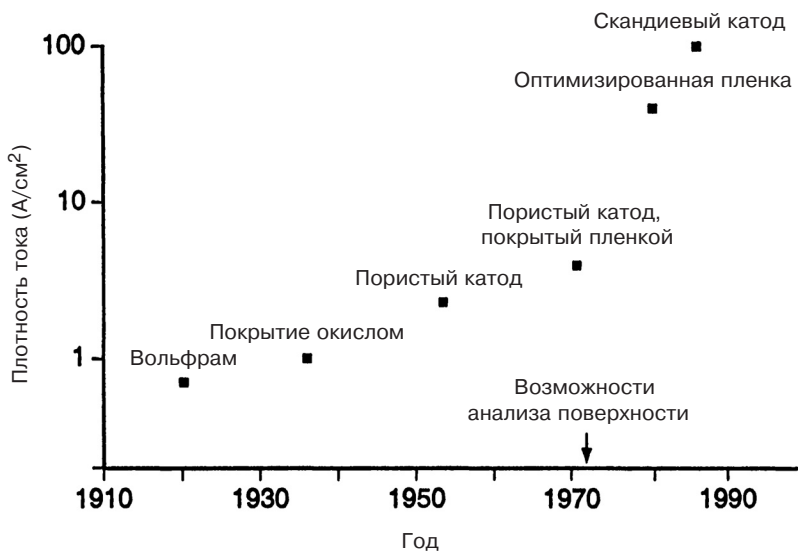


Рис. 5.1. Историческая перспектива эмиссионных свойств термокатодов. Из R.E. Thomas et al., *IEEE Trans. on Electron Devices*, March 1990. © 1990 IEEE

Глава начинается с основной теории термоэмиссии. Эта простая теория позволяет достаточно точно определить максимальную эмиссию, которую может обеспечить катод при данной температуре в отсутствие полевых эффектов, если известна работа выхода. Далее рассматривается улучшение термоэмиссии при помощи электрического поля, приложенного к поверхности катода (эффект Шоттки). Очень важную роль при использовании термокатодов в ЛБВ играет регулирующее эмиссию влияние электронного облака, расположенного вблизи поверхности катода (ограничение эмиссии пространственным зарядом). Для тех, кому предстоит работать с катодами в ЛБВ, концепция ограничения эмиссии пространственным зарядом может оказаться самым важным материалом, представленным в этой главе.

Для поддержания режима ограничения эмиссии пространственным зарядом работа выхода катода должна оставаться достаточно низкой, чтобы достаточная эмиссия получалась при данной температуре в течение всего срока службы катода. Работа выхода сильно зависит от материала катода и от состояния его поверхности. Поэтому большая часть этой главы посвящена обсуждению катодных материалов и их влиянию на долговечность катода и ЛБВ, в которой он используется.

Описывается физическое устройство катода и его элементов, которые обеспечивают мощность, необходимую для его нагревания до требуемой температуры за время, допустимое для работы ЛБВ. Наряду с традиционными подогревательными узлами рассматриваются форсированные подогреватели, которые используются в некоторых типах приборов.

Магнитное поле нити накала может оказать значительное влияние на работу электронной пушки. Траектории электронов вблизи поверхности катода искажаются этим полем, приводя к ухудшению эмиссии и фокусировки пучка. Если в нити накала используется переменный ток, то форма пучка может быть промодулирована на частоте этого тока, а это, в свою очередь, приведет к модуляции выходной мощности лампы. Эти эффекты рассматриваются в конце главы.

## 5.1. Механизмы эмиссии

### 5.1.1. Термоэмиссия [3, 4]

При температурах выше абсолютного нуля некоторые электроны обладают энергией, достаточной для того, чтобы покинуть поверхность катода. По мере того как температура увеличивается, количество электронов с энергией, достаточной для их выхода, растет. Кроме температуры на скорость эмиссии электронов сильно влияет состояние поверхности катода. Электронная эмиссия, которая осуществляется за счет разогрева поверхности катода, называется *термоэмиссией*.

Фундаментальные аспекты термоэмиссии можно понять с помощью рис. 5.2, на котором изображена классическая диаграмма энергетических уровней энергии электронов вблизи поверхности катода. Параболические кривые изображают примыкающие к атомам энергетические уровни электронов. Энергетические уровни сливаются, образуя зону проводимости. При абсолютном нуле (0 К) ни один из электронов не обладает энергией, большей, чем  $E_0$ , которая является верхним уровнем зоны проводимости и называется *энергией Ферми*. Разница между верхним уровнем энергии Ферми в катоде и уровнем энергии в вакууме вблизи катода называется *работой выхода* и обозначается обычно как  $e\phi$ .

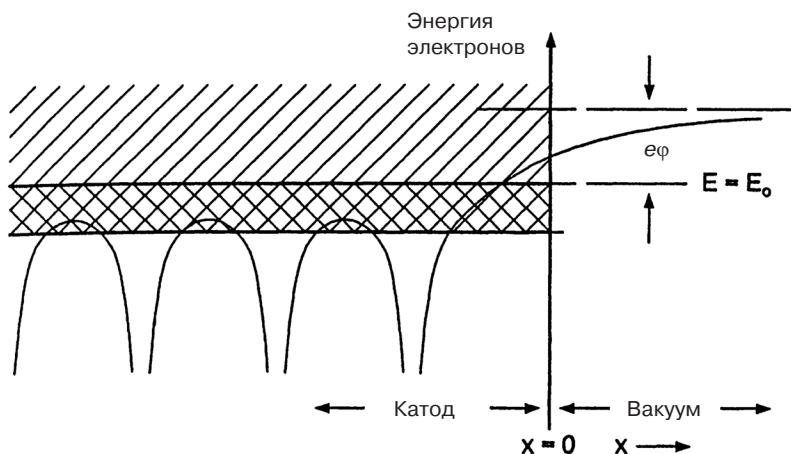


Рис. 5.2. Диаграмма энергетических уровней электронов вблизи поверхности металла

При температурах выше абсолютного нуля некоторые электроны обладают энергией, большей, чем  $E_0$ . Эмиссия электронов с катода может произойти, если их энергия равна  $E_0 + e\phi$  или больше. Следует, однако, иметь в виду, что электроны двигаются в случайных направлениях внутри катода. Электроны, движущиеся в направлении к поверхности, имеют наибольшую вероятность быть эмитированными. Это представлено с помощью моментов импульса электрона  $P$  на рис. 5.3. Если  $x$ -компонента скорости  $v_x$  (или момент  $P_x$ ) достаточно большая ( $P_x \geq P_{xc}$ ), то электрон будет эмитирован с поверхности катода. Если нет, то электрон будет отражен обратно, внутрь катода.

Критический момент  $P_{xc}$  (то есть критическая компонента момента, направленная к поверхности), необходимый электрону, чтобы преодолеть  $e\phi$ , легко находится из выражения

$$\frac{P_{xc}^2}{2m} = \frac{1}{2} \mu_x^2 = E_0 + e\phi. \quad (5.1)$$

Тогда плотность тока эмиссии может быть определена по формуле

$$J = \rho u_x = en_e u_x, \quad (5.2)$$

если можно найти количество электронов на единицу объема  $n_e$ , имеющих момент  $P_x \geq P_{xc}$ . Плотность электронов с моментом  $P_x > P_{xc}$  можно вычислить, исходя из плотности энергетических состояний и из функции распределения Ферми—Дирака, которая дает вероятность заполнения энергетических состояний. По принципу исключения плотность состояний с моментами в промежутках  $dP_x$ ,  $dP_y$  и  $dP_z$  равна

$$\left(\frac{2}{h^3}\right) dP_x dP_y dP_z, \quad (5.3)$$

где  $h$  — постоянная Планка ( $6,626 \times 10^{-34}$  Дж/Гц).

Доля занятых состояний определяется функцией Ферми, которая записывается в виде

$$f = \frac{1}{e^{(E-E_0)/kT} + 1}, \quad (5.4)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана ( $1,38 \times 10^{-23}$  Дж/К). График этой функции изображен на рис. 5.4. Отметим, что при  $T = 0$  К  $f = 0$  для  $E > E_0$ . Это согласуется с предыдущим утверждением, что не существует электронов с энергией, большей, чем энергия на верхнем уровне зоны проводимости (энергия Ферми). По мере того как температура поднимается выше 0 К,  $f$  становится больше нуля при  $E > E_0$ , то есть появляются электроны с энергией, большей, чем энергия Ферми.

Так как  $E - E_0 \sim e\phi$  составляет величину порядка 1 эВ или больше и  $kT \sim 1/10$  эВ, то

$$e^{(E-E_0)/kT} \gg 1, \quad (5.5)$$

поэтому

$$f = e^{-(E-E_0)/kT}. \quad (5.6)$$

Энергия электрона  $E$  связана с его полным моментом выражением

$$E = \frac{1}{2m}(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2), \quad (5.7)$$

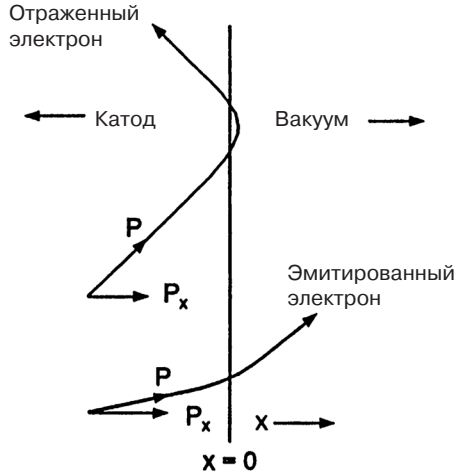


Рис. 5.3. Траектории двух электронов с одной и той же начальной энергией ( $> E_0 + e\phi$ ), но двигающихся в разных направлениях



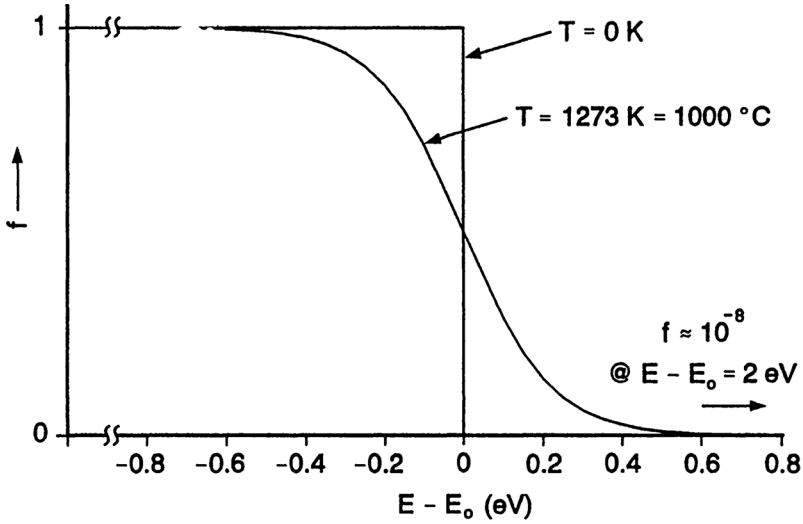


Рис. 5.4. Функция распределения Ферми—Дирака

поэтому функцию Ферми можно записать в виде

$$f = e^{-(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - 2mE_0)/2mkT}. \quad (5.8)$$

Тогда количество электронов  $dn_e$  с моментом в интервале  $dP_x, dP_y, dP_z$  выражается соотношением

$$dn_e = \frac{2}{h^3} dP_x dP_y dP_z f = \frac{2}{h^3} dP_x dP_y dP_z e^{-(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - 2mE_0)/2mkT}. \quad (5.9)$$

Прирост плотности тока  $dJ$ , создаваемый этими электронами, равен

$$dJ = edn_e u_x = edn_e \frac{P_x}{m}. \quad (5.10)$$

Таким образом, суммарная плотность тока, создаваемая всеми электронами с  $P_{xc} \leq P_x < \infty, -\infty < P_y < \infty, -\infty < P_z < \infty$ , равна

$$J = \frac{2e}{mh^3} \int_{P_y=-\infty}^{\infty} \int_{P_z=-\infty}^{\infty} \int_{P_x=P_{xc}}^{\infty} P_x dP_x dP_y dP_z e^{-(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - 2mE_0)/2mkT}. \quad (5.11)$$

Используя табличное значение определенного интеграла, даваемое выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \left(\frac{\pi}{a}\right)^{1/2}, \quad (5.12)$$

плотность тока можно записать в виде

$$J = \frac{2e}{mh^3} (2\pi mkT)^{1/2} (2\pi mkT)^{1/2} \int_{P_{xc}}^{\infty} e^{-(P_x^2 - 2mE_0)/2mkT} P_x dP_x. \quad (5.13)$$

Последний, третий интеграл возьмем путем замены переменных. Введем переменную  $u$  в виде

$$u = \frac{P_x^2 - 2mE_0}{2mkT}. \quad (5.14)$$

Так как  $P_x = P_{xc}$  (см. формулу (5.1)), приходим к выражению

$$u = \frac{e\varphi}{kT}. \quad (5.15)$$

Далее возьмем производную от (5.14) и с помощью следующего преобразования

$$P_x dP_x = mkT du \quad (5.16)$$

легко получим третий интеграл в виде

$$\int_{\frac{e\varphi}{kT}}^{\infty} e^{-u} mkT du = mkT e^{-e\varphi/kT}. \quad (5.17)$$

Подставив полученное выражение в (5.13), найдем  $J$ :

$$J = \frac{2e}{mh^3} (2\pi mkT) mkT e^{-e\varphi/kT} = \quad (5.18)$$

$$= \left( \frac{4\pi me k^2}{h^3} \right) T^2 e^{-e\varphi/kT} \quad (5.19)$$

или

$$J = A_0 T^2 e^{-e\varphi/kT}. \quad (5.20)$$

Полученное выражение называется уравнением *Ричардсона—Душмана* для термоэмиссии, где  $A_0$  — универсальная постоянная, равная

$$A_0 = 1,20 \times 10^6 \text{ А/м}^2\text{К}^2. \quad (5.21)$$

Наиболее важная особенность уравнения Ричардсона—Душмана — это экспоненциальная зависимость плотности тока от температуры и работы выхода. Изменение плотности тока с изменением множителя  $T^2$  пренебрежимо мало по сравнению с ростом экспоненты. Это можно показать, рассмотрев результаты расчета при малом изменении температуры. Например, для типичной рабочей температуры 1000 °С ее изменение на 1% приводит к изменению экспоненты на 70%, а функции  $T^2$  — всего лишь на 2%.

Чтобы сравнить теорию с экспериментом, запишем уравнение Ричардсона—Душмана в следующем виде:

$$\ln \frac{J}{T^2} = \ln A_0 - \frac{e\varphi}{kT}. \quad (5.22)$$