

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	7
Введение. Общая проблема обработки и анализа данных	9
Литература к введению.....	14
ГЛАВА 1.	
СИГНАЛЫ, ПОМЕХИ, НАБЛЮДЕНИЯ И РЕШЕНИЯ	17
1.1. Обобщенная модель преобразования информации	17
1.2. Определение и общая классификация случайных функций	20
1.3. Многообразие случайных функций в прикладных задачах	24
1.4. Типовые задачи теории статистических решений	32
1.5. Вероятностный анализ и синтез алгоритмов.....	38
Заключение	40
ГЛАВА 2.	
СЛУЧАЙНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	42
2.1. Общее определение случайных последовательностей	42
2.2. Особенности вероятностного описания.....	45
2.3. Основные числовые характеристики.....	51
2.4. Простые гауссовские модели.....	55
2.5. Модели, порожденные гауссовским распределением.....	61
2.6. Модели с равномерным распределением	78
2.7. Вероятностные смеси распределений	83
2.8. Модели авторегрессии и скользящего среднего.....	87
2.9. Вероятностные зависимости. Регрессия, корреляция и диаграммы рассеяния	91
2.10. Характеристики превышений уровней.....	100
2.11. Анализ векторных последовательностей на плоскости	111
Заключение	118
ГЛАВА 3.	
СЛУЧАЙНЫЕ НЕПРЕРЫВНЫЕ ПРОЦЕССЫ	121
3.1. Определение непрерывных случайных процессов.....	121
3.2. Особенности вероятностного описания.....	123
3.3. Свойство стационарности случайных процессов.....	127
3.4. Свойство эргодичности случайных процессов.....	131
3.5. Спектрально-корреляционные характеристики процессов	135
3.6. Взаимные корреляционные и спектральные характеристики.....	142
3.7. Вероятностная структура узкополосных процессов	151



3.8. Особенности модели «сигнал плюс шум».....	164
3.9. Непрерывность и дифференцируемость случайных функций	169
3.10. Свойства производных случайного процесса.....	175
3.11. Линейные и нелинейные преобразования процессов	182
3.12. Характеристики выбросов случайных процессов	200
3.13. Фазовые траектории случайных процессов.....	212
3.14. Векторные случайные процессы.....	230
Заключение	240

ГЛАВА 4.

СЛУЧАЙНЫЕ ТОЧЕЧНЫЕ ПРОЦЕССЫ 244

4.1. Определение случайных точечных процессов.....	244
4.2. Особенности вероятностной структуры	248
4.3. Точечные процессы Пуассона.....	254
4.4. Типовые преобразования и обобщения пуассоновских процессов.....	260
4.5. Точечные процессы с неоднородной структурой.....	270
4.6. Точечные процессы стохастической геометрии	283
4.7. Характеристики превышений уровней.....	304
4.8. Диаграммы рассеяния в анализе точечных процессов.....	318
Заключение	330

ГЛАВА 5.

СЛУЧАЙНЫЕ ПОЛЯ 334

5.1. Общее определение случайных полей	334
5.2. Особенности вероятностного описания.....	336
5.3. Стационарность, однородность и изотропность полей	340
5.4. Когерентность случайных полей	348
5.5. Эффекты интерференции полей.....	354
5.6. Поляризационные эффекты полей.....	365
5.7. Вероятностное описание тепловых полей.....	379
5.8. Вероятностное описание изображений	383
Заключение	409

Литература	413
-------------------------	------------

Перечень основных вероятностных моделей	416
--	------------

Предметный указатель	418
-----------------------------------	------------

Предисловие

Трудно найти какую-либо область науки, техники, биологии, экономики или естествознания, в которой не проводятся различные наблюдения, измерения или экспериментальные исследования. Во всех этих областях возникают вопросы описания, анализа и извлечения полезной информации из полученных данных. В свою очередь, полученные данные, как правило, могут изменяться случайным образом, и основные методы их описания приводят к необходимости рассмотрения разнообразных моделей случайных функций.

Вопросам построения вероятностных моделей, статистическим методам исследований и общей теории случайных функций посвящено достаточно много хороших изданных монографий, учебников и учебных пособий, некоторые из которых перечислены во Введении.

Данная книга по своей общей направленности также связана с рассмотрением прикладных вопросов использования моделей случайных функций в решении различных практических задач, однако по своему характеру она существенно отличается от всех известных изданных книг. Отличается по общему содержанию, по форме представления и характеру изложения основных результатов. Эти отличительные особенности можно заметить уже на этапе предварительного просмотра оглавления, введения и кратких аннотаций, которыми открывается каждая глава.

Изложение основного материала в данной работе начинается с расширенного Введения. Здесь делается попытка хотя бы приближенно очертить состояние исследований, разнообразие областей и спектр практических приложений, связанных с общей проблематикой обработки и анализа случайных данных. После вводной части все содержание книги разделено на пять глав. В первой главе показываются обобщенные модели получения, преобразования и обработки информации, проводится общая классификация случайных функций, и выделяются особенности типовых задач теории статистических решений. Материал последующих четырех глав посвящен рассмотрению моделей и результатов анализа основных классов случайных функций: анализу временных рядов или случайных последовательностей (глава 2), исследованиям непрерывных случайных процессов (глава 3), рассмотрению случайных потоков событий и случайных точечных процессов (глава 4), анализу пространственно-временных данных на уровне моделей случайных полей и изображений (глава 5).

В каждой главе показываются основные модели процессов и результаты их анализа, выделяются наиболее важные характеристики, и приводятся примеры различных прикладных задач. В книге представлено

большое количество новых результатов. В основном они относятся к вероятностному описанию неоднородных данных, исследованиям детальной вероятностной структуры процессов, представлениям случайных функций на фазовой плоскости и анализу диаграмм рассеяния, исследованиям структуры случайных точечных процессов и исследованиям пространственно-временных характеристик случайных полей.

Все основные результаты, приводимые в работе, имеют достаточно строгие математические доказательства и обоснования. Однако сами доказательства здесь не рассматривались, так как не это являлось основной целью. Отбор и характер изложения основного материала ведется здесь таким образом, чтобы, по возможности, избежать излишнего формализма, выявить содержательную, физическую сторону рассматриваемых процессов и облегчить практическое использование результатов. Кроме того, здесь делалась попытка показать разнообразие прикладных задач, которые решаются (или могут решаться) на основе рассмотренных моделей временных рядов, случайных процессов, случайных потоков событий, пространственно-временных полей и изображений.

Помимо этого нужно отметить, что для большей наглядности изложения и удобства пользования книгой, весь иллюстративный материал представлен здесь в виде отдельных схем. Эти схемы обладают определенной самостоятельностью, дают много дополнительной информации и в большинстве случаев могут рассматриваться независимо от основного текста.

В целом предлагаемая книга подготавливалась так, чтобы она могла быть полезной для тех, кто изучает, исследует и применяет на практике модели и методы анализа различных по своей физической природе случайных данных.

ВВЕДЕНИЕ

ОБЩАЯ ПРОБЛЕМА ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ДАННЫХ

1. Одной из наиболее общих проблем в физике и технике, биологии и медицине, социологии, экономике и различных областях естествознания является проблема описания и извлечения информации из экспериментальных данных. Под термином «данные», в зависимости от конкретной области, могут при этом пониматься самые разнообразные информационные процессы, сигналы, результаты наблюдений или измерений.

В соответствии с традиционным определением, информационные сигналы и данные – это изменения какой-либо физической величины, отражающей информацию о некотором явлении, событии, состоянии исследуемой системы или состоянии наблюдаемого объекта. Состояния реальных (не идеализированных) систем могут изменяться случайным образом, а поэтому «сигналы и данные» по самой своей сути должны рассматриваться как некоторые случайные функции.

Следовательно, если рассматривать задачи описания, обработки и анализа данных, то можно заметить, что по своему содержанию подобные задачи эквивалентны задачам описания и исследования случайных функций. Принципиально такие задачи относятся к классу статистических или вероятностных задач. Основой для решения таких задач являются теория вероятностей, теория случайных процессов и математическая статистика (схема 0.1). Теория вероятностей используется при этом для построения моделей и исследования случайных явлений, случайных событий, случайных величин. Изучение временной и пространственной структуры случайных функций, вероятностных зависимостей, различных линейных и нелинейных преобразований сигналов и данных выполняется на основе теории случайных процессов. Методы математической статистики позволяют решать задачи оптимального планирования экспериментов, задачи оценивания параметров, классификации случайных данных, распознавания образов и многие другие задачи, связанные с проблемой статистических решений и статистических выводов.

2. Приведенное общее определение информационных сигналов и данных настолько широкое, что может относиться к самым различным областям исследований. Это может быть, например, область исследования основных закономерностей материального мира, изучение процессов развития живой природы, исследование технических систем, социальных

Общая проблема обработки и анализа данных

- Изучение физических явлений
- Изучение систем живой и неживой природы
- Исследование социальных и экономических процессов



Наблюдения Измерения Экспериментальные исследования
Проблема извлечения информации из экспериментальных данных



Информационные процессы, сигналы, данные измерений



Случайные функции, изменяющиеся во времени, пространстве или одновременно и во времени, и в пространстве

- Обработка и анализ информации



Обработка и анализ случайных функций



Вероятностные и статистические методы анализа

- Математические основы обработки и анализа данных

Теория вероятностей	⇒	Построение и исследование моделей случайных событий, случайных величин, последовательностей случайных величин, ...
Теория случайных процессов	⇒	Построение и исследование моделей случайных функций, зависимостей, линейных и нелинейных преобразований, ...
Математическая статистика	⇒	Теория статистических выводов (планирование экспериментов, принципы оценивания параметров и принципы принятия оптимальных решений, ...)

явлений и экономических процессов. Хорошо известно также и то, что вероятностные и статистические методы анализа относятся к междисциплинарным методам. Они позволяют описывать информационные процессы, исследовать поведение сложных систем, находить оптимальные алгоритмы обработки и анализа данных независимо от их физической природы.

Все эти особенности наглядно проявляются в многообразии сформировавшихся к настоящему времени самостоятельных «статистических» направлений исследований (схема 0.2).

Схема 0.2

**Некоторые самостоятельные направления исследований,
в основе которых лежат статистические методы**

- | | |
|---|--|
| • Статистическая физика [1, 2] | • Статистическая радиофизика и радиотехника [16, 17] |
| Статистическая механика [3, 4] | Статистическая радиолокация [18, 19] |
| Статистическая термодинамика [5, 6] | Статистическая теория связи [20, 21] |
| Статистическая оптика [7, 8] | Статистическая теория антенн [22] |
| Статистическая акустооптика [9] | • Статистическая теория управления [23, 24] |
| Статистическая голография [10] | • Статистическая теория распознавания образов [25, 26] |
| Статистическая томография [11] | • Статистическая теория планирования экспериментов [27, 28] |
| • Статистическая химия [12] | |
| • Статистическая ботаника [13] | |
| • Статистическая геология и геофизика [14, 15] | |

• **Статистические методы также играют определяющую роль в развитии**

прикладной кибернетики [29], технической диагностики [30], теории надежности [31], теории массового обслуживания [32], метеорологии [33, 34], сейсмологии [35], гидрологии [36], океанологии [37], теории запасов [38], теории игр [39], биометрии [40, 41], эконометрики [42–44], теории рискованных ситуаций [45–47], логистики [48], социально-экономических исследований [49, 50] и многих других направлений

Выделенные направления исследований не являются полным перечнем областей практического применения вероятностных и статистических методов. Они отражают лишь широту и большое разнообразие задач, связанных с необходимостью построения вероятностных моделей, проблемами исследования их структуры, проблемами обработки и анализа случайных данных (наблюдений, измерений, результатов экспериментов, ...)

Само развитие и многочисленность подобных направлений исследований, с одной стороны, подтверждает, что вероятностные и статистические методы действительно полезны и эффективны в различных областях естествознания.

С другой стороны, важно заметить, что формирование самостоятельных «статистических» направлений объясняется тем, что без вероятностного подхода, без статистического рассмотрения большинство традиционных естественно-научных направлений уже просто не могут развиваться. Многие реальные практические задачи без учета случайных изменений «состояния» изучаемых процессов и систем становятся бессодержательными.

3. Обычно в общей проблеме обработки информации для формирования какой-либо самостоятельной предметной области необходимо, чтобы эта область имела:

- 1) свои модели процессов и систем,
- 2) свой круг задач,
- 3) свои методы решения этих задач и, конечно,
- 4) свою область приложения практических результатов.

Все перечисленные признаки относятся к отличительным особенностям; именно ими определяется специфика каждого направления исследований и степень его самостоятельности.

Если теперь к этим же отличительным признакам подойти с несколько иной точки зрения, то многие из них могут одновременно рассматриваться и как объединяющие признаки для общей проблематики статистического анализа информации (схема 0.3).

Действительно, модели событий, процессов и систем в физике, технике, биологии, при всем их многообразии и различии, – это все-таки вероятностные модели случайных функций. Класс решаемых задач, какой бы спецификой они ни обладали, по своему содержанию – это задачи вероятностного анализа моделей и задачи статистической обработки наблюдений. Методы решения таких задач – это методы теории случайных функций и методы математической статистики (схема 0.3).

Схема 0.3

Характерные особенности существующих направлений исследований, связанных с проблемой статистического анализа данных

- **Основные отличительные признаки самостоятельности сформировавшихся направлений**
 - свои математические модели событий, процессов и систем;
 - свой круг решаемых задач;
 - свои методы решения этих задач;
 - своя область приложения теоретических результатов.
- **Общие признаки всего многообразия существующих и формирующихся новых статистических направлений**
 - Математические модели \Rightarrow Вероятностные модели случайных функций
 - Решаемые задачи \Rightarrow Задачи вероятностного анализа моделей
Задачи статистической обработки данных
 - Методы решения задач \Rightarrow Методы теории случайных функций
Методы математической статистики

И, наконец, остается еще одна характерная черта направления – область приложения результатов. Этап использования результатов тесно связан с начальным этапом исходной «содержательной» формулировки решаемой задачи. Здесь наиболее полно проявляется специфика предметной области и, конечно же, на этом этапе проявляются существенные различия физических, биологических, экономических или каких-либо других приложений. Однако даже на этом этапе, помимо использования полученных результатов в рассматриваемой конкретной области, важно оценить потенциальную полезность новых результатов в других предметных областях.

••• Выделенные в данном разделе особенности характеризуют общее состояние и направленность исследований по проблематике статистической обработки и анализа случайных данных. С учетом этих особенностей и с учетом практической полезности результатов для различных областей физики, техники, биологии, медицины, в основных главах книги отбираются и исследуются вероятностные модели случайных функций. Подобный подход к рассмотрению общей вероятностной структуры, анализу основных свойств и характеристик выбранных моделей приводит к более общим и более важным результатам по сравнению с результатами решения какой-либо отдельной самостоятельной задачи.

ЛИТЕРАТУРА К ВВЕДЕНИЮ

1. **Рейф Ф.** Статистическая физика. – М.: Наука, 1986.
2. **Климонтович Ю.Л.** Статистическая физика. – М.: Наука, 1982.
3. **Фейнман Р.** Статистическая механика. – М.: Мир, 1975.
4. **Репке Г.** Неравновесная статистическая механика. – М.: Мир, 1990.
5. **Киттель Ч.** Статистическая термодинамика. – М.: Наука, 1977.
6. **Зубарев Д.Н.** Неравновесная статистическая термодинамика. – М.: Наука, 1971.
7. **Гудмен Дж.** Статистическая оптика. – М.: Мир, 1988.
8. **О'Нейл Э.** Введение в статистическую оптику. – М.: Мир, 1966.
9. **Хименко В.И., Тигин Д.В.** Статистическая акустооптика и обработка сигналов. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 1996.
10. **Троицкий И.Н., Устинов Н.Д.** Статистическая теория голографии. – М.: Радио и связь, 1981.
11. **Троицкий И.Н.** Статистическая теория томографии. – М.: Радио и связь, 1989.
12. **Дерффель К.** Статистика в аналитической химии. – М.: Мир, 1994.
13. **Зайцев Г.Н.** Математическая статистика в экспериментальной ботанике. – М.: Наука, 1984.
14. **Крамбейн У., Грейбилл Ф.** Статистические модели в геологии. – М.: Мир, 1969.
15. **Троян В.Н., Киселев Ю.В.** Статистические методы обработки геофизических данных. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2000.
16. **Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.** Статистическая радиофизика и оптика. – М.: Физматлит, 2010.
17. **Тихонов В.И.** Статистическая радиотехника. – М.: Радио и связь, 1982.
18. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Г.П. Тартаковского. – М.: Сов. радио, 1963.
19. **Сосулин Ю.Г.** Теоретические основы радиолокации и радионавигации. – М.: Радио и связь, 1992.
20. **Миддлтон Д.** Введение в статистическую теорию связи. – М.: Сов. радио, 1961.
21. Статистическая теория связи и ее практические приложения / Под ред. Б.Р. Левина. – М.: Связь, 1979.
22. **Шифрин Я.С.** Вопросы статистической теории антенн. – М.: Сов. радио, 1970.
23. **Пугачев В.С., Казаков И.Е., Евланов Л.Г.** Основы статистической теории автоматических систем. – М.: Машиностроение, 1974.

24. **Острем К.** Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1973.
25. **Фукунага К.** Введение в статистическую теорию распознавания образов. – М.: Наука, 1979.
26. Распознавание образов: состояние и перспективы / К. Верхаген, Р. Дейн, Ф. Грун и др. – М.: Радио и связь, 1985.
27. **Налимов В.В., Чернова Н.А.** Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965.
28. **Джонсон Н., Лион Ф.** Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. – М.: Мир, 1980.
29. Статистические методы в прикладной кибернетике / Под ред. Р.М. Юсупова. – Л.: Мин. обороны СССР, 1980.
30. **Дмитриев А.К., Юсупов Р.М.** Идентификация и техническая диагностика. – М.: Мин. обороны СССР, 1987.
31. Вопросы математической теории надежности / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Радио и связь, 1983.
32. **Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н.** Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987.
33. **Пановский Г.А., Брайер Г.В.** Статистические методы в метеорологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1972.
34. **Казакевич Д.И.** Основы теории случайных функций в задачах гидрометеорологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1989.
35. **Хаттон Л., Уэрдингтон М., Мейкин Дж.** Обработка сейсмических данных. – М.: Мир, 1989.
36. **Картвелишвили Н.А.** Теория вероятностных процессов в гидрологии. – Л.: Гидрометеиздат, 1985.
37. **Рожков В.А.** Методы вероятностного анализа океанологических процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1979.
38. **Прабху Н.** Стохастические процессы теории запасов. – М.: Мир, 1984.
39. **Блекуэлл Д., Гириш М.А.** Теория игр и статистических решений. – М.: Изд-во ИЛ, 1958.
40. **Лакин Г.Ф.** Биометрия. – М.: Высшая школа, 1990.
41. **Медик В.А., Токмачев М.С., Фишман Б.Б.** Статистика в медицине и биологии. – М.: Медицина, 2000.
42. **Вербик М.** Путеводитель по современной эконометрике. – М.: Научная книга, 2008.
43. **Носко В.П.** Эконометрика. Кн. 1,2. – М.: Издательский дом «Дело», 2011.
44. **Сигел Э.** Практическая бизнес-статистика. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004.
45. **Соложенцев Е.Д.** Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике. – СПб.: Изд-во «Бизнес-пресса», 2004.

46. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. — М.: Наука, 2000.
47. **Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я.** Математические основы теории риска. — М.: Физматлит, 2011.
48. **Бродецкий Г.Л.** Экономико-математические методы и модели в логистике. — М.: Академия, 2011.
49. **Васильева Э.К., Юзбашев М.М.** Выборочный метод в социально-экономической статистике. — М.: Финансы и статистика, 2010.
50. **Дубина И.Н.** Математико-статистические методы в социально-экономических исследованиях. — М.: Финансы и статистика, 2010.

ГЛАВА I

СИГНАЛЫ, ПОМЕХИ, НАБЛЮДЕНИЯ И РЕШЕНИЯ

- Особенности получения и преобразования информации
- Модели обработки информационных процессов
- Общая классификация и примеры случайных функций
- Основные задачи теории принятия решений
- Взаимосвязь вероятностного анализа и синтеза

По своему содержанию данная глава носит вводный характер. В ней рассматриваются особенности получения, преобразования и обработки информации. Вводятся простые обобщенные модели, и на их основе показывается, что математическое описание сигналов, помех, наблюдений и решений в задачах обработки информации по своей сути приводит к описанию и анализу случайных функций. Для использования такого подхода на практике в данной главе проводится общая классификация случайных функций и для каждого выделенного класса показываются примеры реальных экспериментальных данных из различных областей естествознания. В последних разделах главы выделяются особенности формулировки типовых задач обнаружения и различения сигналов, задач оценивания параметров и задач фильтрации информационных процессов. Показываются основные этапы вероятностного анализа и статистического синтеза, подчеркиваются их отличительные особенности и взаимосвязи.

1.1. Обобщенная модель преобразования информации

Обычно все основные процедуры сбора, преобразования и обработки информации существенно зависят от содержания и конкретных условий решаемой задачи. Большое разнообразие практических задач приводит к разнообразию экспериментальных исследований, разнообразию систем обработки и анализа данных. Однако, несмотря на это, принцип получения информации и основные этапы преобразования информационных процессов условно можно представить в виде обобщенной модели (схема 1.1.1).

Такая модель включает в себя источник информации, операции первичного преобразования, передачи, приема и обработки данных. Источ-

ником информации является здесь изучаемый объект или какая-либо исследуемая система. Любая реальная (не идеализированная) система функционирует в условиях случайных внешних воздействий, параметры самой системы также могут изменяться случайным образом, и поэтому «состояние системы» должно рассматриваться как некоторая случайная функция $x(t, r)$, зависящая от времени t и координат пространства r .



Операция первичного преобразования предназначена для выделения информационных параметров или признаков, которые характеризуют состояние исследуемого объекта. Такая операция может выполняться, например, датчиками, чувствительными элементами, сенсорными устройствами. После первичного преобразования информационные сигналы передаются по каналу передачи в систему обработки и анализа данных (схема 1.1.1). Характеристики каналов передачи информации могут изменяться случайным образом в процессе работы. Практическая реализация основных преобразований всегда сопровождается некоторыми погрешностями. Кроме того, разнообразные внутренние и внешние случайные воздействия оказывают неизбежное влияние на параметры исследуемых процессов.

Все эти особенности приводят к необходимости построения вероятностных моделей для описания изучаемых систем, процессов и преобразований.

Схема 1.1.2

Обобщенная формализованная модель обработки информационных сигналов



- Такая структурная модель является обобщенным формализованным представлением основных этапов обработки информации
- Независимо от конкретной области, решение подобных задач связано с математическим описанием исследуемых систем (источников информации), описанием сигналов, помех, наблюдений и решений
- Пространство сигналов S , пространство помех N , пространство наблюдений $\{\xi\}$ и пространство решений $\{z\}$ — это, по существу, некоторые множества случайных функций. Вид этих функций определяется конкретным содержанием решаемой задачи
- Правило принятия решений $G\{z|\xi\}$ характеризует здесь процедуру выработки решения z по наблюдаемым данным ξ , то есть определяет алгоритм обработки наблюдений

Представленная на схеме 1.1.1 обобщенная структура по своей сути отражает «содержательную» сторону проблематики получения, преобразования и обработки информации. При решении задач обработки и анализа данных основой являются математические методы, и для их использования необходимо перейти от содержательного описания к формализованному представлению информационных процессов.

На схеме 1.1.2 показана обобщенная формализованная модель обработки информации. Такая модель полностью эквивалентна рассмотренной ранее структурной схеме и отличается лишь большей формализацией.

••• Приведенные в данном разделе обобщенные модели позволяют на разных уровнях описывать последовательность основных операций получения, преобразования и обработки информационных процессов. Такое описание может выполняться на этапах содержательной постановки задач, когда основные узлы структурной модели (схема 1.1.1) конкретизируются в соответствии с исследуемой системой или исследуемым источником информации. Может выполняться такое описание и на этапах формализованного представления решаемых задач, когда обобщенная модель (схема 1.1.2) не зависит от физической природы рассматриваемых систем и исследуемых информационных процессов.

1.2. Определение и общая классификация случайных функций

Обобщенные модели преобразования и обработки информации (п. 1.1) достаточно наглядно подтверждают, что математическое описание динамических систем, информационных процессов и помеховых воздействий должно выполняться на основе теории случайных функций. Для того чтобы воспользоваться этой теорией, целесообразно, прежде всего, дать общее определение случайной функции и рассмотреть возможность предварительной «грубой» классификации таких функций. Подобный подход позволяет выделить основные классы вероятностных моделей и привести характерные примеры их практического использования.

В наиболее общем виде случайная функция формально определяется как семейство случайных переменных:

$$\{\xi(s)\} = \{\xi(s), \xi \in X, s \in S\},$$

в котором s — параметр, X — пространство состояний переменной ξ , S — множество возможных значений параметра s . Если из рассматриваемого семейства $\{\xi(s)\}$ выбрать лишь одну функцию $\xi(s)$, то такую функцию $\xi(s)$ принято называть выборочной функцией или отдельной реализацией.

Классификация случайных функций, как и любая классификация, существенно зависит от целей и содержания решаемых задач. Она может выполняться различными способами и по самым различным признакам. На данном этапе за основу классификации удобно взять общее определение случайной функции $\{\xi(s), \xi \in X, s \in S\}$ и путем конкретизации множеств X и S разделить все многообразие функций $\{\xi(s)\}$ на самостоятельные классы (схема 1.2.1).

Разделение случайных функций $\{\xi(s)\} = \{\xi(s), \xi \in X, s \in S\}$ по виду пространства состояний X и виду параметрического множества S сразу же разделяет эти функции и по характерному виду их реализаций $\{\xi(s)\}$. В задачах обработки и анализа информации такое деление необходимо, так как от вида реализаций существенно зависят и сами методы анализа.

Выделим здесь несколько основных классов случайных функций (схема 1.2.2), модели которых наиболее часто используются в практических приложениях [10, 23].




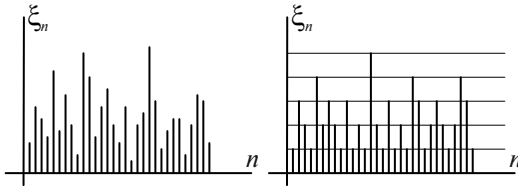
Принцип общей классификации случайных функций		Схема 1.2.1
<p>• Общее определение случайной функции</p> <p>$\{\xi(s)\} = \{\xi(s), \xi \in X, s \in S\}$ – семейство случайных переменных $\xi(s)$, где X – пространство (или множество) состояний переменной $\xi(\dots)$ s – параметр, от которого зависит $\xi(\dots)$ S – множество значений параметра s</p>		
<p>• Принцип общей классификации</p>		<p>Конкретизация множеств X и S приводит к разделению случайных функций на самостоятельные классы</p>
<p>• Признаки классификации</p>		<p>Дискретность или непрерывность пространства X Дискретность или непрерывность множества S Размерность пространства состояний X Размерность множества параметров S</p>
<p>• Примеры самостоятельных классов случайных функций</p>		<p>Дискретные и непрерывные, скалярные и векторные случайные последовательности, случайные процессы и случайные поля</p>

Схема 1.2.2

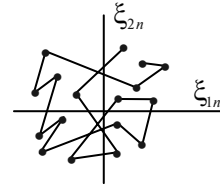
**Характерный вид реализаций
различных классов случайных функций**

• **Случайные последовательности**



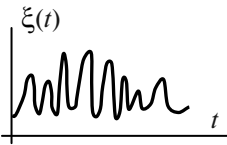
Непрерывная

Дискретная

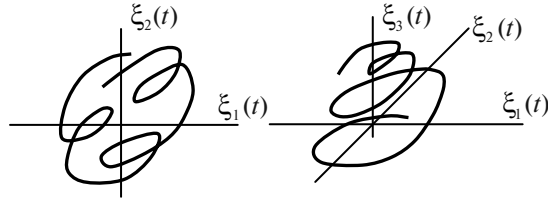


Непрерывная векторная
(двумерная)

• **Непрерывные случайные процессы**

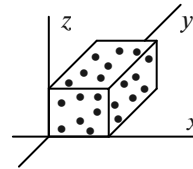
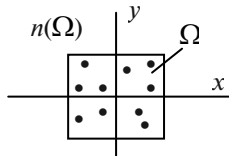
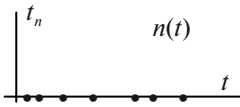


Скалярный процесс



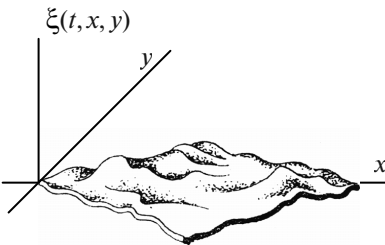
Векторные процессы
(двумерный и трехмерный)

• **Точечные случайные процессы**



Случайные потоки однородных событий
(во времени, на плоскости, в пространстве)

• **Случайные поля**



Реализация непрерывного
пространственно-временного
случайного поля

1. Случайные последовательности и временные ряды

Предположим, что в определении случайной функции $\{\xi(s), \xi \in X, s \in S\}$ пространство состояний X является непрерывным скалярным множеством, параметр s представляет собой время, а параметрическое мно-

жество S – дискретное, то есть $s = t$ – время, $S = T = \{t_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$. Для случайной функции удобно при этом использовать обозначение $\{\xi(s)\} = \{\xi(t_n)\} = \{\xi_n\}$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. Называется такая функция непрерывной случайной последовательностью. В некоторых задачах ее называют также временным рядом или непрерывным случайным процессом с дискретным временем. Обычно в данном определении считается, что $t_0 < t_1 < t_2 < \dots$ и $\Delta t = t_i - t_{i-1} = \text{const}$ при любых $i = 1, 2, \dots, m$.

Если предположить здесь, что пространство состояний X не непрерывное, а дискретное множество, то функция $\{\xi_n\}$ будет называться дискретной случайной последовательностью.

В более общей ситуации можно рассматривать векторную последовательность $\{\xi_n\} = \{\xi_{1n}, \xi_{2n}, \dots, \xi_{qn}\}$, каждая компонента которой ξ_{jn} , $j = 1, 2, \dots, q$ сама является непрерывной или дискретной случайной функцией. В качестве иллюстрации на схеме 1.2.2 показан характерный вид реализаций наиболее распространенных типов случайных последовательностей.

2. Непрерывные случайные процессы

Если теперь предположить, что в общем определении случайной функции $\{\xi(s)\} = \{\xi(s), \xi \in X, s \in S\}$ параметр $s = t$ – время, а пространство состояний X и параметрическое множество $S = T$ являются непрерывными множествами, то полученная функция $\{\xi(t)\} = \{\xi(t), \xi \in X, t \in T\}$ будет соответствовать определению непрерывного случайного процесса. Как правило, T представляет собой некоторый интервал временной оси, то есть $t \in [t_0, t_0 + T] = [0, T]$. Значения случайных переменных $\xi(t)$ могут быть при этом либо действительными (скалярными), либо комплексными, либо векторными. Соответственно, и исследуемые процессы будут называться скалярными, комплексными или векторными случайными процессами. На схеме 1.2.2 показан характер реализаций скалярного непрерывного случайного процесса $\xi(t)$, векторного двумерного $\xi(t) = (\xi_1(t), \xi_2(t)) = (\xi_x(t), \xi_y(t))$ и векторного трехмерного процесса $\xi(t) = (\xi_1(t), \xi_2(t), \xi_3(t)) = (\xi_x(t), \xi_y(t), \xi_z(t))$. Составляющие компоненты $\xi_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ могут здесь рассматриваться как зависимые или независимые непрерывные скалярные случайные процессы.

3. Случайные точечные процессы и потоки событий

Точечные процессы представляют собой такую математическую модель, в которой пространство состояний X – это дискретное множество точек. Обычно каждой точке ставится в соответствие какое-либо событие и тогда пространство X интерпретируется как дискретное множество однородных событий. Если события происходят во времени, то параметр $s = t$, $t \in T$ и случайный процесс $\xi(t)$ эквивалентен последовательности точек $\{t_n, n = 1, 2, \dots\}$, соответствующих случайным моментам t_1, t_2, \dots появле-

ния событий. Такие процессы обычно называются случайными потоками однородных событий. Описание последовательности событий $\{t_n\}$, $t_1 < t_2 < t_3 < \dots$ во многих задачах может быть выполнено и как описание целочисленного случайного процесса $\{n(t)\}$, характеризующего число $n(t)$ событий (точек) на текущем интервале времени $[0, t)$.

Модели точечных процессов допускают различные обобщения. Так, например, случайное множество точек можно рассматривать не только на временной оси $[0, t)$, но и на плоскости (x, y) , или в каком-либо пространстве (x, y, z) . В зависимости от содержания решаемых задач, подобные модели могут рассматриваться как случайные точечные процессы, или, в более общей ситуации, как случайные точечные поля, изменяющиеся и во времени, и в пространстве (схема 1.2.2).

4. Случайные поля

Если в общем определении случайной функции $\{\xi(s)\} = \{\xi(s), \xi \in X, s \in S\}$ параметрическое множество S имеет размерность $k \geq 2$, то такая функция называется случайным полем. В практических приложениях наибольший интерес обычно представляют пространственно-временные поля $\{\xi(t, r)\}$, для которых случайные переменные $\xi(t, r)$ зависят от времени t и координат r пространства (x, y, z) . Налагая определенные ограничения на пространство состояний X случайной функции $\{\xi(t, r)\}$, можно выделить классы непрерывных и дискретных, скалярных и векторных случайных полей.

На схеме 1.2.2 показан характер реализации наиболее простого непрерывного пространственно-временного случайного поля $\xi(t, x, y)$.

- Конечно, следует подчеркнуть, что выделенные классы случайных функций не охватывают всего многообразия существующих типов вероятностных моделей. Однако подобная классификация разделяет случайные функции по виду их реализаций. Это позволяет частично систематизировать и обобщить различные по своему содержанию приложения теории случайных функций для задач обработки и анализа информационных процессов.

1.3. Многообразие случайных функций в прикладных задачах

Определение и общая классификация случайных функций, приведенные в п. 1.2, относятся к формализованным представлениям. Такой подход необходим для математического описания исследуемых систем и привлечения общих методов теории случайных процессов к решению задач обработки и анализа данных.

Если же говорить о содержательной стороне исследований, то нужно заметить, что и физическая интерпретация, и характер поведения отдельных реализаций случайных функций могут быть весьма разнообразными. Зависит это от рассматриваемой области и конкретного содержания решаемой задачи.

Приведем здесь некоторые примеры случайных функций, характерных для различных областей физических, технических, медико-биологических исследований. Разделение на самостоятельные классы будем при этом проводить в соответствии с общей классификацией, предложенной в п. 1.2.

1. Примеры простых случайных последовательностей

Обычно случайные последовательности можно интерпретировать следующим образом. При исследовании некоторой сложной системы или при изучении протекающих процессов проводятся измерения какого-либо параметра — например, измеряется температура, давление, значение биопотенциалов, значения скорости, ускорения, Измерения проводятся в дискретные моменты времени t_1, t_2, t_3, \dots через равные интервалы Δt . В результате таких измерений получается последовательность наблюдений $\xi(t_1), \xi(t_2), \xi(t_3) \dots$ или, в более простой форме записи, $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots$. Если при этом измеряемый параметр $\xi(t)$ меняется непрерывно во времени, то получаемая последовательность $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots$ относится к классу непрерывных случайных последовательностей. Если же исследуемый параметр или процедура регистрации имеет дискретный характер, то и случайная последовательность будет относиться к классу дискретных.

В качестве примера на схеме 1.3.1 показаны экспериментальные результаты нескольких различных по своему содержанию исследований. При построении математических моделей и при решении задач обработки и анализа данных все подобные результаты (независимо от физической природы изучаемых процессов) могут исследоваться на основе теории случайных последовательностей или случайных временных рядов.

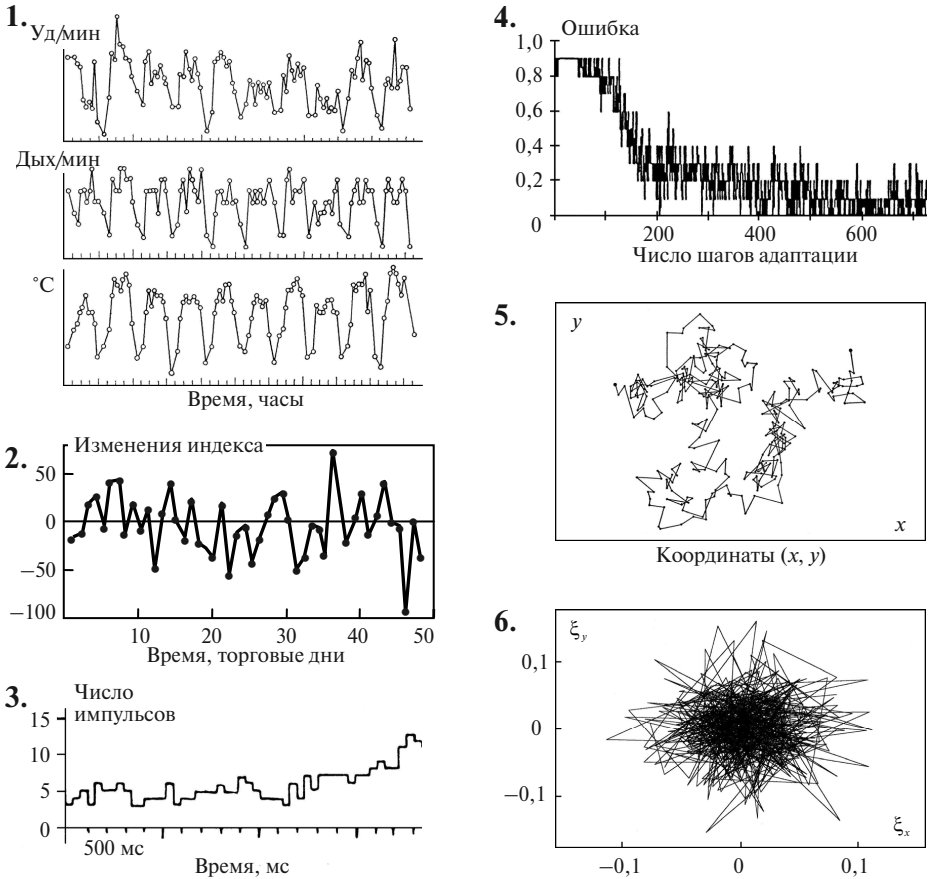
2. Примеры непрерывных случайных процессов

Большинство исследуемых природных явлений и процессов относятся к процессам, протекающим непрерывно во времени. Принципиально они могут рассматриваться как некоторые непрерывные функции времени $\xi(t)$. Если такие процессы наблюдаются (регистрируются) непрерывно на некотором временном интервале $[t_0, t_0 + T] = [0, T]$ длительностью T , то в результате наблюдения получается реализация или траектория, или выборочная функция исследуемого процесса $\xi(t), t \in T$.

На схеме 1.3.2 и 1.3.3 показаны примеры нескольких различных реализаций, которые по своей сути могут описываться и анализироваться как реализации непрерывных случайных процессов.

Примеры простых случайных последовательностей

- Результаты различных по своему содержанию экспериментальных исследований



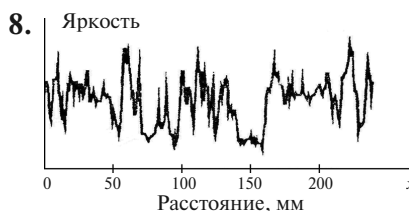
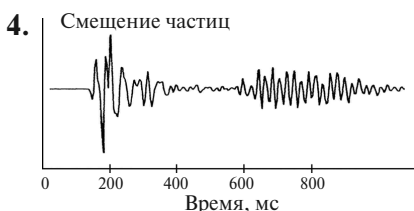
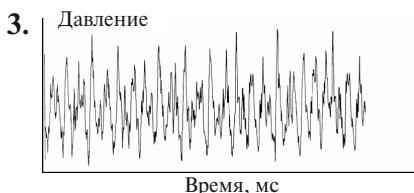
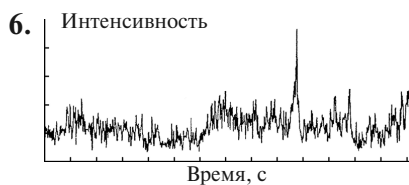
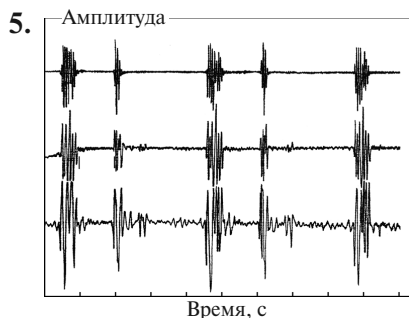
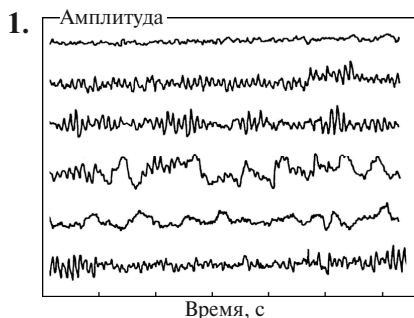
- Все приведенные здесь реализации случайных функций относятся к классу случайных последовательностей: непрерывных (1, 2), дискретных (3, 4), непрерывных векторных (5, 6)

- 1 – Временные изменения трех функциональных показателей организма человека на протяжении 10 суток (изменения частоты пульса, частоты дыхания и подъязычной температуры)
- 2 – Суточные изменения промышленного индекса Доу-Джонса
- 3 – Исследование активности нейронов зрительной коры
- 4 – Процесс адаптации системы автоматического управления
- 5 – Положение частицы через равные интервалы времени при броуновском движении
- 6 – Погрешности пространственного наведения лазерного пучка

Схема 1.3.2

Примеры непрерывных случайных процессов

- **Отдельные результаты экспериментальных исследований**

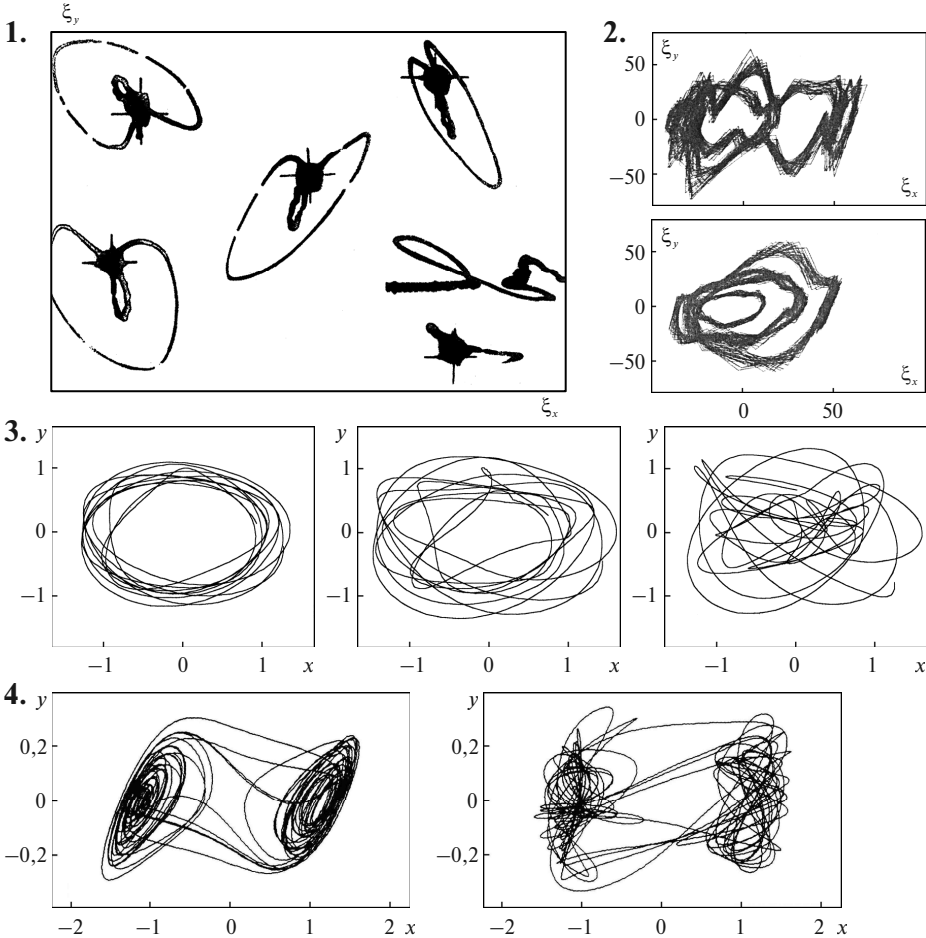


- **Приведенные реализации случайных функций относятся к классу одномерных непрерывных случайных процессов**

- 1 – Характерный вид биопотенциалов коры головного мозга при различных функциональных состояниях человека
- 2 – Амплитуда замирания радиосигнала на спутниковых трассах Земля–Космос
- 3 – Амплитуда изменения давления на фюзеляже винтового самолета
- 4 – Сейсмическое колебание при глубинном зондировании
- 5 – Характерный вид фонокардиограммы в трех частотных диапазонах для здорового человека
- 6 – Интенсивность рентгеновского излучения от космических объектов
- 7 – Горизонтальная скорость ветра, измеренная на фиксированной высоте от земли
- 8 – Изменения яркости отдельной строки оптического изображения

Примеры непрерывных векторных процессов

• Отдельные результаты экспериментальных исследований



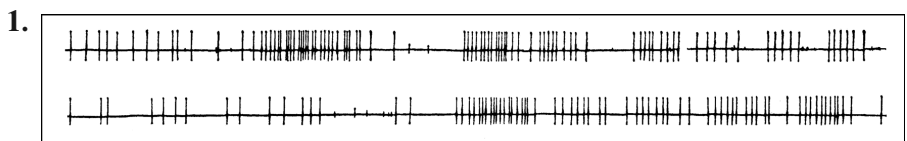
• Приведенные реализации случайных функций относятся к классу двумерных непрерывных случайных процессов

- 1 – Исследования электрической активности сердца методами векторкардиографии
- 2 – Характер фазовых портретов отдельных фонем речевого сигнала
- 3 – Совместное поведение двух динамических систем при различных режимах синхронизации
- 4 – Фазовые портреты генератора хаотических колебаний, работающего в режиме с переключением

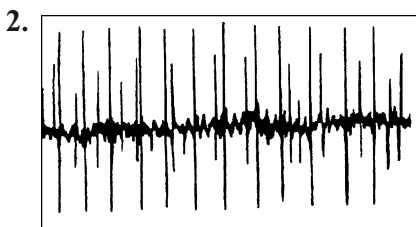
Схема 1.3.4

Примеры случайных потоков однородных событий

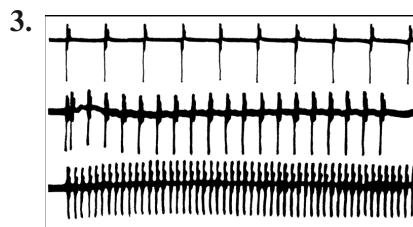
- Отдельные результаты экспериментальных исследований



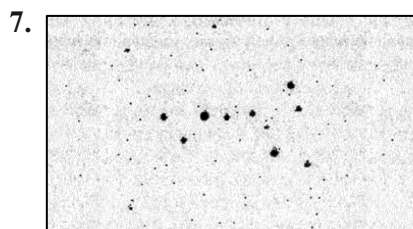
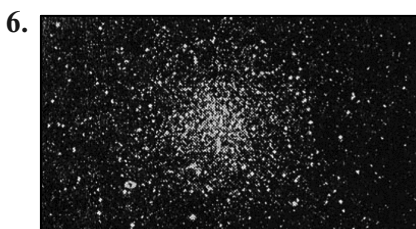
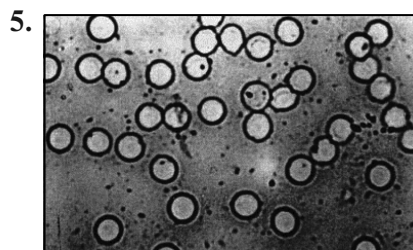
Время, мс



Время



Время

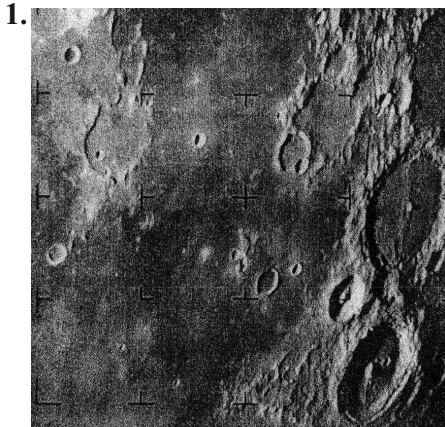


- Приведенные реализации случайных функций могут рассматриваться как случайные потоки однородных событий во времени (1, 2, 3) или в пространстве (4, 5, 6, 7)

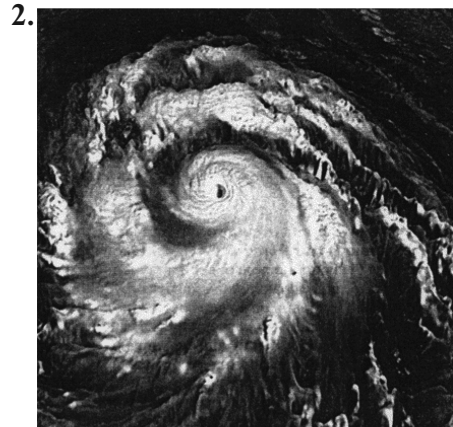
- 1 – Исследование импульсной активности нейронов
- 2 – Характерный вид электромиограммы
- 3 – Регистрация мышечных потенциалов действия в электрофизиологии
- 4 – Исследование числа хромосом в клетке человека
- 5 – Регистрация эритроцитов при анализе состава крови
- 6 – Наблюдение одного из звездных скоплений, расположенных вблизи Млечного Пути
- 7 – Регистрация точечных объектов при локационном наблюдении

Примеры случайных пространственно-временных полей

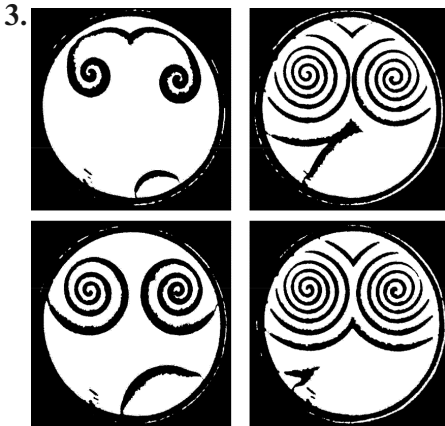
• Отдельные результаты экспериментальных исследований



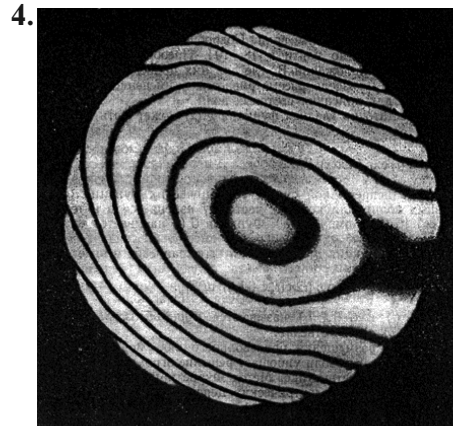
Лунная поверхность



Ураган «Линда»



Фазы реакции Белоусова–Жаботинского



Интерференционные полосы

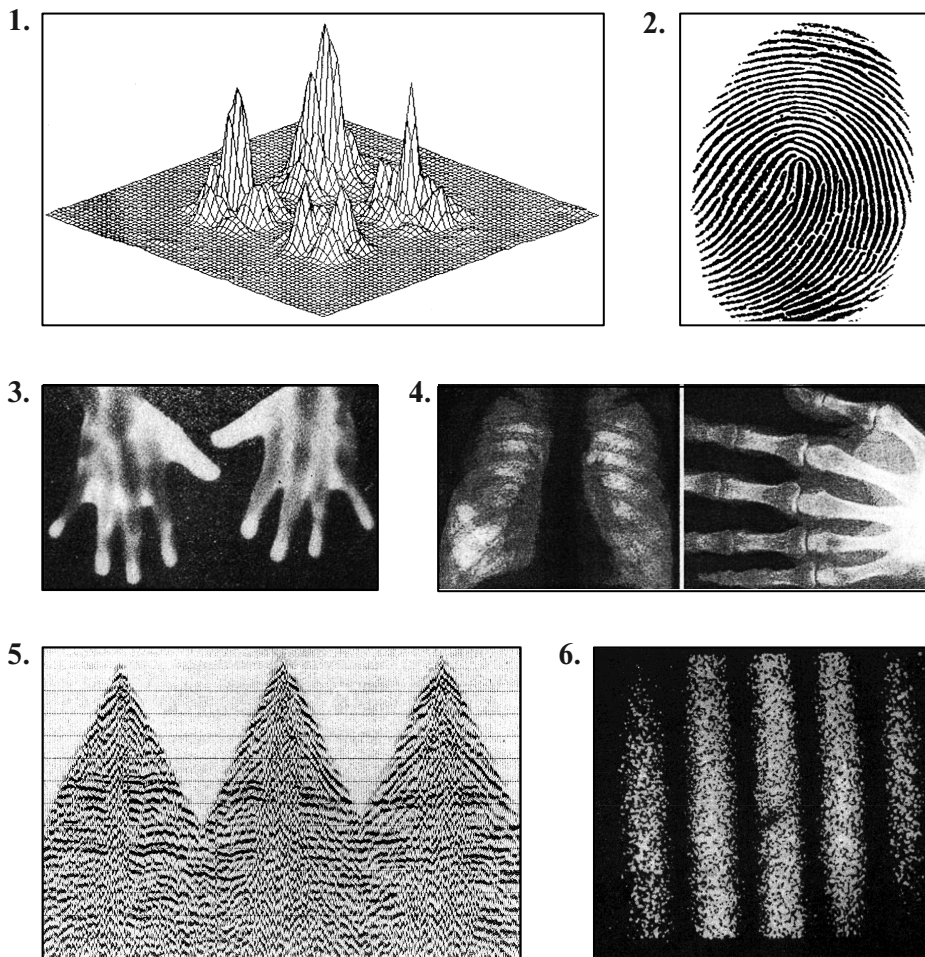
- Характерной особенностью приведенных реализаций является здесь то, что исследуемые случайные функции зависят от выбранного момента времени и координат пространства

- 1 – Изображение лунной поверхности, переданное космическим аппаратом
- 2 – Регистрация со спутника NASA динамики урагана Линда
- 3 – Отдельные фазы колебательной химической реакции Белоусова–Жаботинского
- 4 – Интерференционные полосы, формируемые при сложении двух сферических волн

Схема 1.3.6

Примеры случайных пространственно-временных полей

• Отдельные результаты экспериментальных исследований



• Все приведенные на схеме 1.3.5 и 1.3.6 реализации случайных функций относятся к классу пространственно-временных полей

- 1 – Распределение интенсивности оптического изображения
- 2 – Изображение отпечатка пальца
- 3 – Термографическое изображение верхних конечностей здорового человека
- 4 – Характерный вид рентгенографических изображений
- 5 – Запись трех сейсмограмм, полученных методом отраженных волн
- 6 – Спекл-эффекты (зернистая структура изображения) в лазерной голографии

3. Примеры случайных точечных процессов

Необходимость рассмотрения случайных точечных процессов обычно возникает при исследованиях случайных потоков однородных событий. В зависимости от конкретно решаемой задачи содержательная интерпретация потоков событий может быть весьма разнообразна. Это могут быть, например, потоки однородных импульсов в радиолокационных системах, случайные потоки импульсов в нейронных сетях, случайные потоки оттока аппаратуры, потоки заявок в системах массового обслуживания, потоки импульсных воздействий в системах управления. Все подобные примеры относятся к исследованиям однородных событий, происходящих последовательно одно за другим в некоторые случайные моменты времени. Если потоки однородных событий изменяются не только во времени, но и в пространстве, то для их описания и анализа могут использоваться модели пространственно-временных потоков или модели точечных пространственно-временных случайных полей.

На схеме 1.3.4 показано несколько характерных примеров, относящихся к исследованиям случайных потоков однородных событий.

4. Примеры случайных полей

Принципиальной особенностью случайных полей, с точки зрения общей теории случайных функций, является то, что они относятся к функциям, зависящим от нескольких аргументов. Если, например, это пространственно-временные поля, то исследуемая функция $\xi(t, r)$ изменяется одновременно и во времени, и в пространстве, т.е. ее значения зависят от выбранного момента времени t и от координат (x, y, z) пространства r .

Наиболее распространенными примерами появления таких функций являются результаты исследования оптических изображений, анализ взволнованных и шероховатых поверхностей, анализ изображений в рентгенографии, ультразвуковых исследованиях, электронной микроскопии, голографии, томографии.

Несколько характерных примеров экспериментальных результатов, относящихся к анализу пространственно-временных случайных полей, приведены на схеме 1.3.5 и 1.3.6.

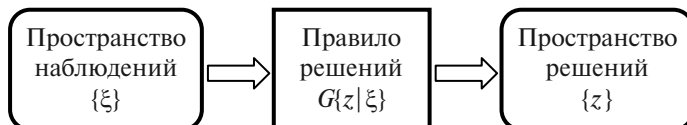
1.4. Типовые задачи теории статистических решений

Задачи, связанные с обработкой информации, чрезвычайно разнообразны по своему содержанию. К ним, в частности, относятся задачи обнаружения информационных сигналов, задачи распознавания образов, различения и классификации данных, задачи оценивания параметров, задачи прогноза состояния исследуемых объектов, задачи оптимального управления процессами и динамическими системами, задачи функцио-

Схема 1.4.1

Общая схема обработки информации

- Процедура обработки и анализа данных при формализованном представлении описывает переход от пространства наблюдений к пространству решений



- Правило принятия решений $G\{z|\xi\}$ задает алгоритм обработки наблюдаемых данных
- **Обобщенная модель не зависит от физической природы исследуемых процессов. Она справедлива при обработке информации в различных системах живой и неживой природы**

нальной, структурной и параметрической идентификации изучаемых объектов и сред.

Все подобные задачи обладают своей спецификой, их решения зависят от конкретных условий, исходных данных, целей и критериев оптимальности. Вместе с тем, при математической формализации большинство перечисленных задач могут быть систематизированы и описаны в терминах общей статистической теории принятия решений. Если воспользоваться таким подходом, то сама процедура обработки и анализа данных, в соответствии с обобщенной моделью обработки (схема 1.1.2), может рассматриваться как процедура перехода от некоторого пространства наблюдений $\{\xi\}$ к некоторому пространству решений $\{z\}$. Такой переход $\{\xi\} \Rightarrow \{z\}$ выполняется на основе определенного правила решений $G\{\xi|z\}$, которое по своей сути задает алгоритм обработки данных (схема 1.4.1).

Приведенная модель носит достаточно общий характер. На ее основе можно рассматривать задачи обработки информации в физике и технике, биологии и медицине, социологии и экономике. Выделим здесь некоторые особенности конкретизации такой модели применительно к типовым задачам теории статистических решений [17, 20, 27].

1. Задачи классификации, различения, обнаружения

Процедуры классификации, обнаружения, различения по своему содержанию состоят в том, чтобы по наблюдаемым данным (объектам, сигналам, измерениям, признакам, ...) вынести решение о принадлежности их к тому или иному классу. Предположим, например, что на некотором

интервале времени $t \in [t_0, t_0 + T] = [0, T]$ длительностью T наблюдению доступна реализация $\xi(t)$, $t \in [0, T]$ исследуемого случайного процесса $\xi(t)$. Известно, что этот процесс может принадлежать одному из m классов:

$$\xi(t) = \xi_i(t) = s_i(t) \otimes n(t), i = 1, 2, \dots, m,$$

где $s_i(t)$ – полезные информационные компоненты или информационные сигналы, $n(t)$ – случайные помеховые воздействия, а символ \otimes отражает операцию взаимодействия сигнала с помехой (сложение, перемножение, ...).

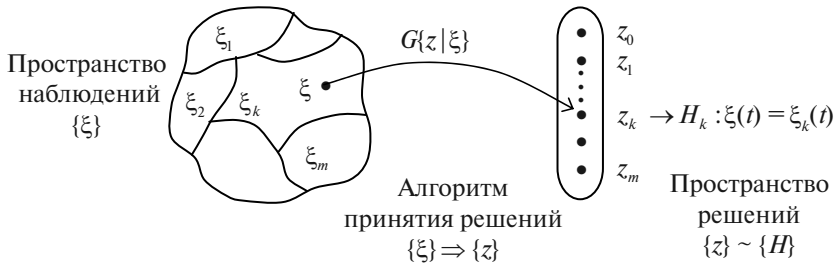
Задача состоит при этом в определении класса i , к которому относится наблюдаемая реализация $\xi(t)$. Все подобные задачи в теории статистических решений формулируются как задачи проверки статистических гипотез. При этом для гипотез вводятся обозначения $H_0, H_1, H_2, \dots, H_m$ и пред-

Схема 1.4.2

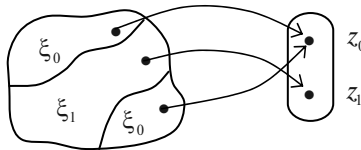
Обобщенные модели типовых задач обработки информации

• Задачи классификации, различения и обнаружения

По своему содержанию такие задачи эквивалентны задачам проверки статистических гипотез



• Модель задачи обнаружения



Примеры подобных задач:

- задачи различения сигналов в системах передачи информации
- задачи классификации состояний в технической и медицинской диагностике
- задачи обнаружения и распознавания целей в радиолокации
- задачи распознавания речевых сигналов
- задачи классификации данных и распознавания образов

полагается, что гипотеза H_0 соответствует ситуации, когда в наблюдаемом процессе $\xi(t)$ отсутствует полезная информационная составляющая, а гипотеза H_i отражает присутствие полезного сигнала i -го класса, то есть:

$$\begin{aligned} H_0 : \xi(t) &= n(t), \\ H_i : \xi(t) &= \xi_i(t) = s_i(t) \otimes n(t), \quad i = \overline{1, m}. \end{aligned}$$

В результате обработки реализации $\xi(t)$, $t \in [0, T]$ требуется принять одно из возможных решений z_k , то есть принять одну из $(m + 1)$ рассматриваемых гипотез H_k , и отклонить остальные гипотезы H_i , $i \neq k$. Обобщенная модель такой задачи показана на схеме 1.4.2.

Если рассмотреть наиболее простую ситуацию, когда проверяется лишь две гипотезы:

$$\begin{aligned} H_0 : \xi(t) &= n(t), \\ H_1 : \xi(t) &= s(t) \otimes n(t), \end{aligned}$$

то формулировка задачи классификации или различения переходит в формулировку задачи обнаружения информационного сигнала $s(t)$ на фоне мешающих помех $n(t)$.

Нужно заметить, что при формулировке подобных задач (схема 1.4.2) в качестве пространства наблюдений $\{\xi\}$ и информационных сигналов могут рассматриваться различные множества случайных функций — случайные величины, случайные последовательности, случайные процессы или случайные поля. Зависит это от содержательной постановки задач и от конкретных математических моделей, используемых для описания информационных процессов.

2. Задачи оценивания параметров

Состояние исследуемых динамических систем, характер изучаемых явлений и процессов, результаты экспериментальных исследований — все это обычно описывается совокупностью некоторых параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$. Измерения таких параметров всегда сопровождаются случайными внешними и внутренними помехами, неизбежными погрешностями, флуктуациями, случайными ошибками. Именно поэтому задачи измерения по своему содержанию являются статистическими и формулируются как задачи оценивания параметров.

Предположим, что исследуется некоторый случайный процесс $\xi(t)$, который представляет собой смесь информационной компоненты — сигнала $s(t, \alpha)$ и случайной помехи $n(t)$. На интервале времени $t \in [0, T]$ длительностью T наблюдению доступна реализация процесса:

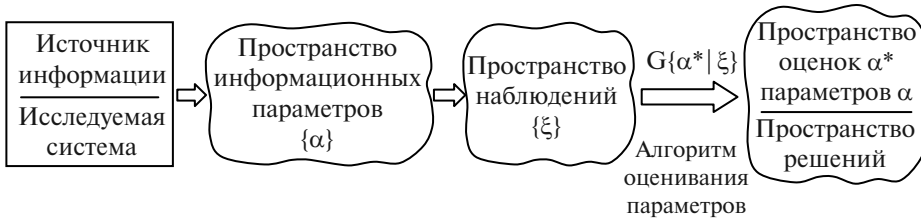
$$\xi(t) = s(t, \alpha) \otimes n(t), \quad t \in [0, T],$$

где $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m]$ – вектор неизвестных параметров. Задача оценивания формулируется при этом как задача нахождения наилучшей оценки α^* вектора параметров α . Определение «наилучшей» понимается здесь в смысле некоторого заданного по условиям задачи критерия качества. Упрощенная модель такой задачи показана на схеме 1.4.3.

Схема 1.4.3

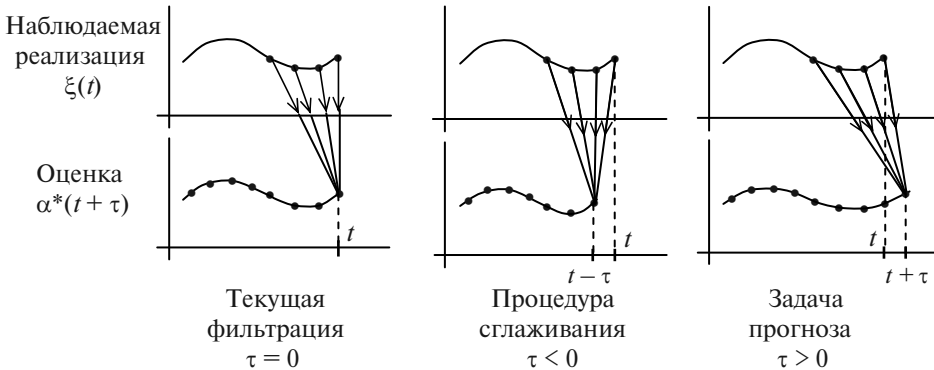
Характерные особенности задач оценивания параметров и задач фильтрации

• Модель типовой задачи оценивания параметров



- Примерами подобных задач могут служить самые разнообразные задачи экспериментальных исследований и наблюдений, связанные с измерениями каких-либо физических величин
- В задачах оценивания параметров предполагается, что на интервале наблюдения измеряемые значения параметров остаются постоянными

• Особенности задач фильтрации



- В задачах фильтрации предполагается, что информационные параметры изменяются во времени
- Типовыми примерами подобных задач являются задачи автоматического слежения, наведения, задачи оптимального прогноза состояния сложных динамических систем

3. Задачи фильтрации, интерполяции, прогноза

Рассмотрим теперь ситуацию, когда исследуемый случайный процесс $\xi(t)$ содержит информационную составляющую $s(t, \alpha(t))$ и помеховую составляющую $n(t)$:

$$\xi(t) = s(t, \alpha(t)) \otimes n(t),$$

причем, в отличие от предыдущей задачи оценивания, будем считать, что полезная компонента $s(t, \alpha(t))$ является функцией времени t и зависит от совокупности некоторых информационных параметров $\alpha(t) = [\alpha_1(t), \alpha_2(t), \dots, \alpha_m(t)]$, которые также изменяются во времени.

В подобной ситуации для оценивания вектора неизвестных параметров $\alpha(t)$ может быть сформулирована общая задача фильтрации. При ее постановке предполагается, что исследуемый процесс $\xi(t)$ наблюдается на текущем интервале времени $[0, t)$, и требуется получить оптимальную (в смысле выбранного критерия) оценку $\alpha(t + \delta)$.

В зависимости от введенного временного сдвига δ здесь возможны три различных варианта задач (схема 1.4.3):

- при $\delta = 0$ – данная задача соответствует текущей фильтрации;
- при $\delta < 0$ – задача соответствует фильтрации с запаздыванием, или задаче интерполяции, или задаче сглаживания;
- при $\delta > 0$ – задача фильтрации переходит в фильтрацию с упреждением, или задачу экстраполяции, или задачу прогнозирования.

Приведенная формулировка основных задач показывает, что задача фильтрации и задача оценивания параметров достаточно близки по своему содержанию. Основные различия заключаются здесь в том, что процедура оценивания параметров рассматривается в предположении фиксированного интервала наблюдения $[0, T]$ и в предположении, что параметры $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ исследуемого процесса $\xi(t)$ за время наблюдения $[0, T]$ не успевают существенно измениться. В задачах фильтрации подобные условия не ставятся, параметры $\alpha_i(t)$, $i = \overline{1, m}$ исследуемого процесса $\xi(t)$ могут изменяться на интервале наблюдения и поэтому обработка данных ведется в реальном масштабе времени на текущем интервале $[0, t)$.

- Сформулированные в данном разделе задачи относятся к классу типовых задач теории статистических решений. По своему содержанию они охватывают большинство задач, связанных с обработкой и анализом данных. Вместе с тем, существуют и различные обобщения или разновидности рассмотренных формулировок. Так, например, могут быть сформулированы задачи совместного обнаружения и различения, задачи совместного различения и оценивания параметров.

1.5. Вероятностный анализ и синтез алгоритмов

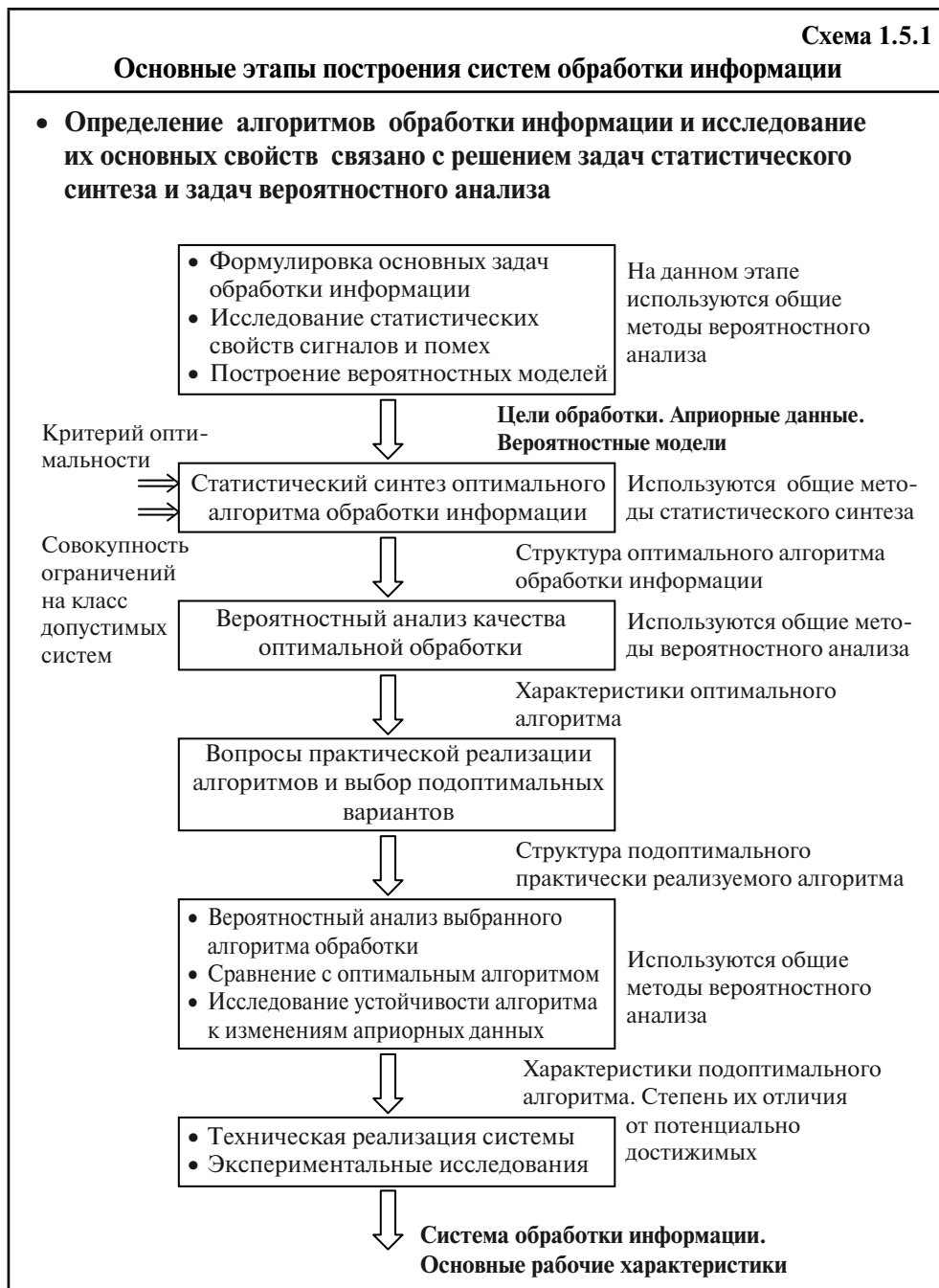
Все основные задачи обработки информации обычно формулируются в терминах теории статистических решений. Обобщенная модель обработки (схемы 1.1.2 и 1.4.1) показывает, что сама процедура принятия решений определяется алгоритмом обработки или правилом решений $G\{\xi|z\}$ – правилом перехода от пространства наблюдений $\{\xi\}$ к пространству решений $\{z\}$. В свою очередь, для нахождения алгоритмов обработки и исследования их основных свойств необходимо решать самостоятельные задачи вероятностного анализа и статистического синтеза.

1. При формулировке задач синтеза предполагается, что известны необходимые априорные данные о вероятностных свойствах сигналов, помех и их взаимодействиях. Кроме того, задаются некоторые желаемые свойства алгоритмов и в результате синтеза необходимо определить структуру самого алгоритма обработки.

Такие задачи связаны с принципами оптимизации и, следовательно, синтезированные алгоритмы должны удовлетворять определенному критерию качества. Выбор критерия проводится в соответствии с физическим смыслом и целевой направленностью конкретно решаемой задачи. Чем больше априорных данных известно, тем проще и точнее решаются проблемы синтеза. Основным результатом решения задач синтеза является оптимальный (в смысле выбранного критерия) алгоритм обработки наблюдений.

В большинстве случаев синтез выполняется без учета возможностей практической реализации алгоритмов, и поэтому далеко не всегда удастся точно реализовать синтезированный оптимальный алгоритм обработки. Причинами здесь могут быть и чрезмерная сложность оптимального алгоритма, и отсутствие технических средств, которые адекватно осуществляют требуемые математические операции. Вопрос о возможностях точной или приближенной реализации синтезированных алгоритмов, как правило, должен рассматриваться самостоятельно в каждой конкретной задаче.

2. Проблемы вероятностного анализа обычно возникают на этапе предварительного исследования статистических свойств информационных процессов, при построении и анализе вероятностных моделей сигналов и помех, при исследовании различных линейных и нелинейных преобразований случайных функций. На основе методов вероятностного анализа исследуется качество или эффективность синтезированных алгоритмов, определяются потенциально достижимые характеристики, оцениваются возможности подоптимальных вариантов реализации, исследуются вопросы устойчивости и чувствительности алгоритмов обработки к отклонениям от заданных априорных данных.



Для наглядности на схеме 1.5.1 показана последовательность основных этапов построения произвольной системы обработки информации. Из нее, в частности, видна взаимосвязь задач статистического синтеза

и вероятностного анализа. Основные методы синтеза и анализа являются здесь достаточно общими, они не зависят от физической природы исследуемых процессов и не зависят от принципов технической реализации алгоритмов.

Заключение

В данной главе рассмотрена обобщенная модель получения, преобразования и обработки информации, показаны особенности общей классификации случайных функций и приведены конкретные примеры экспериментальных данных, отражающих многообразие случайных функций в прикладных задачах обработки и анализа информационных процессов. Рассмотрена формализованная постановка наиболее распространенных задач теории статистических решений, показана последовательность основных этапов вероятностного анализа и статистического синтеза алгоритмов.

В целом, на основе представленных в данной главе результатов можно сделать некоторые общие выводы.

- При исследовании информационных процессов все основные этапы получения, преобразования и обработки информации могут быть представлены в виде обобщенных структурных моделей. Подобные модели позволяют выполнять и содержательное, и формализованное описание структуры различных по своей физической природе систем обработки.

- В задачах обработки информации при описании состояния исследуемых систем, описании информационных процессов и описании помеховых воздействий основными математическими моделями являются статистические модели процессов или вероятностные модели случайных функций.

- Предложенная в данной главе общая классификация случайных функций основана на конкретизации пространства состояний и конкретизации множества параметров функции. Такой подход позволяет выделить из всего многообразия вероятностных моделей основные самостоятельные классы: случайные последовательности, случайные непрерывные процессы, случайные потоки событий, случайные поля. Эти классы функций существенно различаются не только по своему математическому представлению, но и по общему виду своих реализаций. В задачах обработки информации подобное деление особенно важно, так как от характера реализаций существенно зависят методы анализа и алгоритмы обработки процессов.

- Математическая постановка и формализация большинства задач обработки информации обычно выполняется в терминах общей статистической теории принятия решений. При этом могут быть выделены несколь-

ко наиболее распространенных типовых задач: 1) задачи классификации, различения, обнаружения; 2) задачи оценивания параметров; 3) задачи текущей фильтрации, интерполяции, прогноза.

- Нахождение эффективных алгоритмов обработки обычно связано с решением задач вероятностного анализа и статистического синтеза. Вероятностный анализ позволяет исследовать вероятностные модели сигналов и помех, исследовать эффективность алгоритмов, оценивать их устойчивость к изменениям априорных данных и к изменениям помеховой обстановки. Основной задачей статистического синтеза является нахождение структуры оптимальных (по заданному критерию оптимальности) алгоритмов обработки информационных процессов.