

*Авторы благодарят союз Математиков из Дворца Открытий
(и в особенности Гийома Реи) за вклад в создание книги*

Иллюстрации

Обложка и иллюстрации в книге: Рашид Мараи

Стр. 86: «Арифметика» из книги «Жемчужина философии» (1503), Грегор Рейш

Стр. 143: Вид на Бостон, © Marcio Jose Bastos Silva / Shutterstock.com

Стр. 144: «Прибытие в Сен-Дени императора Карла IV» (около 1460), Жан Фуке

Стр. 148: «Художник, рисующий лютню» (1525), Альбрехт Дюрер

В самом центре Парижа, в западном крыле Большого дворца, расположился Дворец открытий, который с момента основания в 1937 году следует одному принципу: показать как делается наука, чем она живет — с помощью выставок, эффектных опытов и рассказов команды аниматоров, которые в доступной форме объясняют фундаментальные законы астрономии, химии, физики, математики, наук о жизни, о Земле... Дворец открытий использует все доступные средства, чтобы поделиться своей страстью к науке, пробудить к ней интерес посетителей и возможно найти будущих ученых.

Содержание

Предисловие	7
1. Будь в форме на кухне!	8
Плитка и конечные элементы	9
Классификация конечных элементов	14
Еда – это не игрушки?	18
2. В кресле	35
От игр к математике	35
Человек против машины	48
А вы любите ириски?	56
3. Числа «а-ля натюрель»	62
Фигурные числа	62
Простые числа.....	68
Кролики Фибоначчи	77
В городе.....	87
4. Камень-ножницы-бумага!	89
Оригами против линейки и циркуля.....	96
Свернуть, развернуть	103
5. Большой беспорядок в городе	109
Графы вновь и вновь.....	109
Математики в городе!.....	124



6. С точки зрения искусства	136
Новые стихи	136
История перспективы	142
Музыка смягчает нравы	153
Как жонглировать и не сбиваться?	157
Хотите узнать больше?	162
Алфавитный указатель	164

Предисловие

Гуляя по мосту, архитектор задумывается о том, почему была выбрана именно такая форма, инженер отмечает, из каких материалов построен мост, музыкант тестирует акустику, чтобы понять, какой концерт лучше организовать на этом мосту. Фотограф прикидывает удачные ракурсы для съемки, художник вычисляет часы, когда дневной пейзаж особенно красив, историк рассуждает о роли данного моста в эпоху, когда он был возведен, искусствовед задумывается над стилем декораций.

А математик? Он размышляет о том, насколько сложно точно описать течение воды, он задумывается, какая математическая кривая была использована в создании арки моста, изучает декорации и замечает банальную или необычную симметрию.

Эта книга предлагает взглянуть на мир глазами математика. И если вы думаете, что данная наука ограничивается только расчетами и геометрическими фигурами, линейкой и циркулем, вы будете удивлены: математику интересует все! Лучшее охарактеризовал математиков их знаменитый американский коллега Уильям Терстон, получивший Филдсовскую премию, самую престижную награду в этой дисциплине: «Математика — это то, что делают математики, математики занимаются исследованиями в математике». Конечно, как только математик задумывается над предметом, тот немедленно становится объектом математического исследования. Предупреждаем: окунувшись в это, вы будете видеть математику повсюду, вы не сможете воспринимать мир как раньше!

1

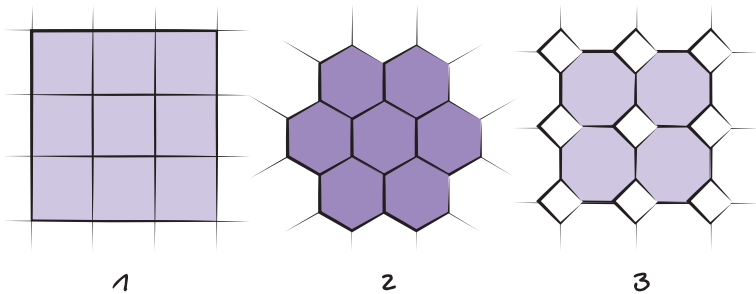
Будь в форме на кухне!

Кухня, наполненная предметами разнообразных форм, утварью и продуктами, способна вдохновить любого математика, даже сонного! Да и математикам не свойственно быть сонными, ведь кофе очень популярен у этих «забавных зверьков». Знаменитый математик Пал Эрдеш по этому поводу утверждал следующее: «Математик — это машина для превращения кофе в теоремы».



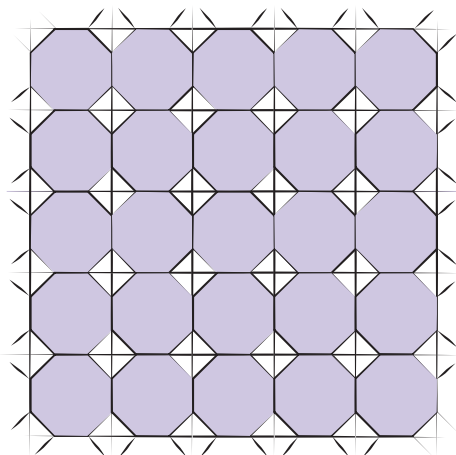
Плитка и конечные элементы

Отправляйтесь на кухню: наверняка у вас замощен плиткой пол, рабочая зона, стены. В ванной комнате вы, скорее всего, тоже обнаружите плитку. Всё, что от нее требуется, — это равномерно, без промежутков покрывать поверхность. В математике это называется «конечный элемент паркета». В основном используют одну или две повторяющиеся формы: одинаковые квадраты, или же глиняную плитку в форме шестиугольников, зачастую красного цвета. Также часто встречается плитка-брусчатка, состоящая из комбинации восьмиугольников и перевернутых квадратов.



Примеры конечных элементов

Может показаться, что модель номер 3 целиком состоит из квадратов: как если бы это были «квадраты без углов», а в промежутках — маленькие белые квадраты, расположенные по диагонали.



Наложение плитки из квадратов и брусчатки из восьмиугольников с квадратами. Поразительное сходство!

В то же время конечный элемент под номером 2 из шестиугольников не похож на два других. Разные, но в то же время похожие друг на друга объекты? Научное сходство — та еще штука: нужно найти способ верно классифицировать виды конечных элементов. Идея в том, чтобы детально их изучить, дабы классифицировать. Это нужно для того, чтобы впоследствии можно было легко объяснить, почему конкретные виды конечных элементов более похожи между собой, и чтобы иметь возможность тут же определить новый вид в конкретное семейство... И старания не прошли даром! Взгляните на улицы, музеи, художественные книги, старинные и новые здания, гобелены: где бы вы ни находились в мире, конечные элементы повсюду!

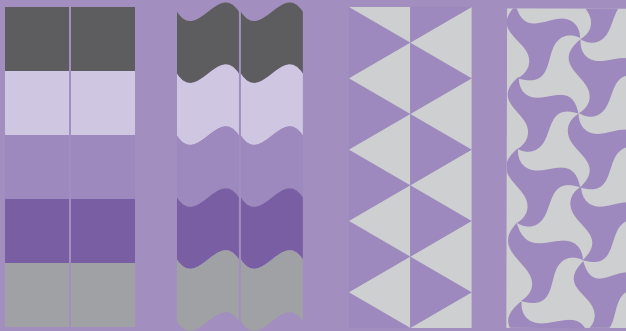
Домашнее задание



Создайте свои собственные конечные элементы

Ярче и пестрее, чем у вас на кухне. Попрактикуйтесь в создании конечных элементов паркета!

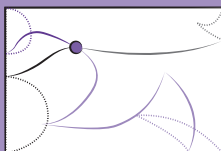
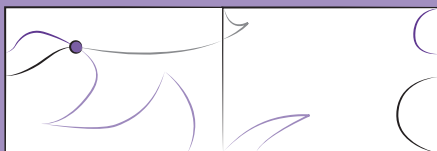
Вы можете видоизменить любой классический конечный элемент паркета, заменив прямые края на волнистые:



Волнистые квадраты и треугольники, но ими все еще можно замостить поверхность...

Существует «техника конверта»:

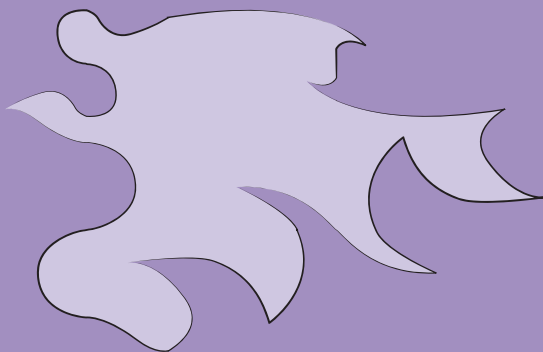
1. Возьмите два одинаковых прямоугольных листа и приклейте их друг к другу по краю (или возьмите готовый закрытый конверт, откуда и пошло название техники).
2. Отметьте точку на одной из сторон конверта. Соедините эту точку с каждой вершиной прямоугольника, начертив четыре линии так, чтобы они могли перейти в любой момент на другую сторону листа. Маленькое замечание: эти линии не должны пересекаться.



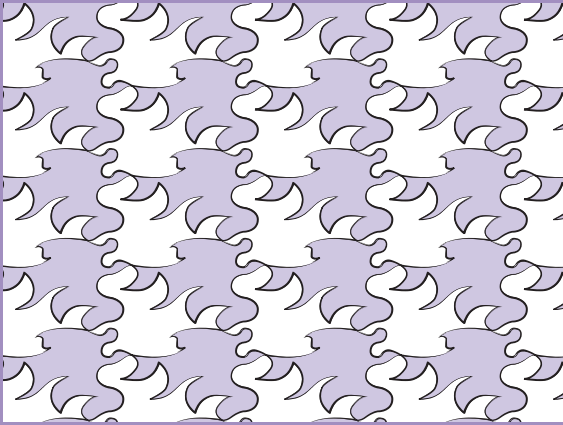
Четыре линии соединяют точку с углами конверта, иногда проходя с изнанки (лицевая сторона слева, изнанка справа).

Получившийся конверт представлен ниже

3. Отрежьте по линиям (каждый слой конверта по отдельности, не насквозь) и разверните получившуюся фигуру. Повторите алгоритм много раз подряд, и вот, вы уже создали собственный конечный элемент! Вы можете поразмышлять, почему это всегда работает!



Фигура, которая получается после разворота конверта

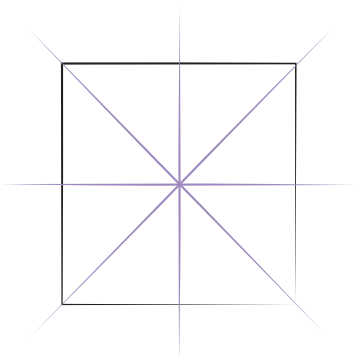


Конечный элемент с использованием данной формы

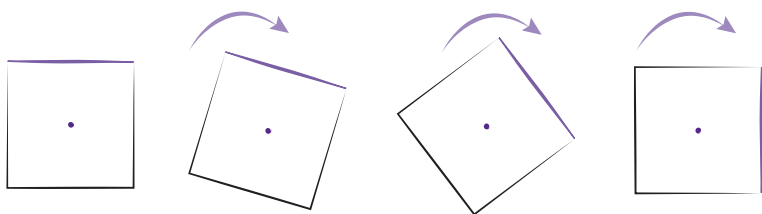
Эта техника также работает с «конвертом» в виде половины квадрата (обрезанного по диагонали), равностороннего треугольника или его половины (обрезанной по высоте).

Классификация конечных элементов

Существует бесконечное множество различных конечных элементов. Чтобы их классифицировать, математики предложили рассмотреть их «симметрию». Что это означает? Давайте разбираться. Понятие симметрии для математика (как и в целом для ученых) — это не просто ось симметрии или тот факт, что предмет идентичен отражению в зеркале. Таким образом, предмет обладает симметрией, если сохраняется неизменность при некоторых преобразованиях. И напротив, если не соблюдаются данные условия, это является «нарушением симметрии». Квадрат, например, симметричен, потому что он располагает осями симметрии:



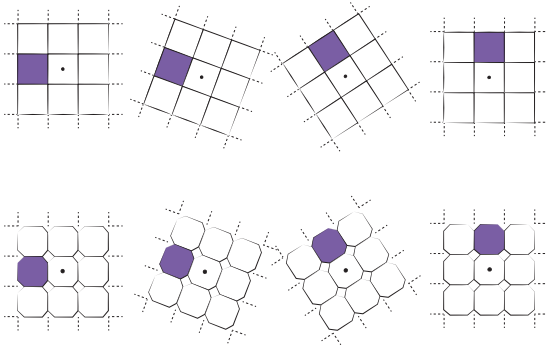
но также потому, что у него есть то, что называют «центром симметрии четвертого порядка».



Если вы повернете квадрат вокруг центра, вы не увидите отличий по сравнению с предыдущей позицией (чтобы показать различия на рисунке, мы специально раскрасили одно ребро квадрата). Иначе говоря, совершая полный оборот вокруг своей оси, квадрат всегда будет в одном и том же положении. У правильного шестиугольника центр симметрий шестого порядка, поскольку все шесть поворотов он будет в одинаковом положении, у восьмиугольника центр симметрии, соответственно, 8 порядка. Какая связь с конечными элементами?.. Симметрия – идеальный параметр для их классификации.

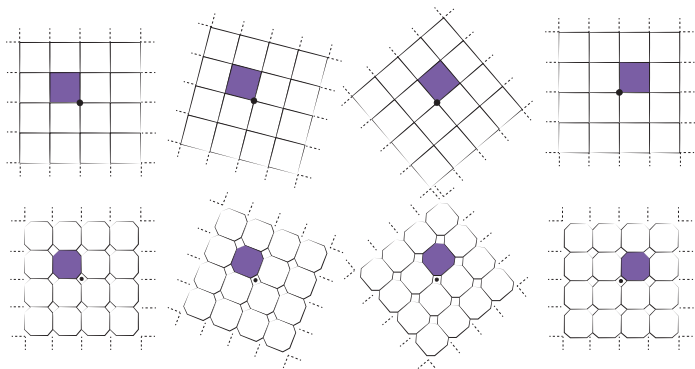
Рассмотрите плитку, находя все возможные типы симметрии, представив, что она простирается бесконечно во всех направлениях... Сравните конечные элементы из квадратов, восьмиугольников и смешанных квадратов.

В первом случае в центре каждого квадрата находится центр оси симметрии четвертого порядка, как и в центре каждого правильного восьмиугольника.



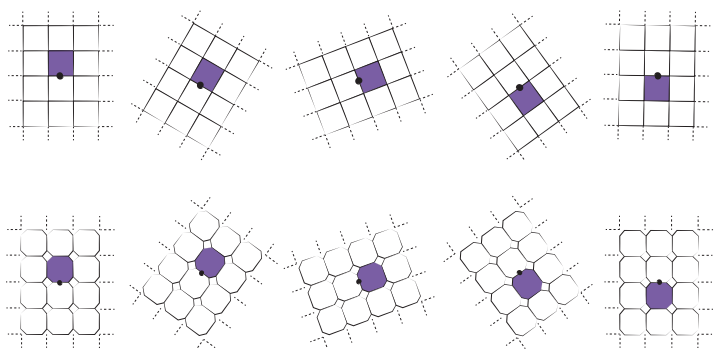
Если повернуть квадратную плитку на четверть вокруг центра одного из квадратов, она останется в том же положении, как если бы ее не поворачивали. Фиолетовый квадратик меняет свое положение, только чтобы продемонстрировать движение фигуры. То же правило работает и для восьмиугольной плитки

На вершинах каждого квадрата находится центр симметрии четвертого порядка, как и в центре каждого квадратика/восьмиугольника плитки!



Точно так же, если повернуть квадрат плитки на четверть вокруг вершины квадрата или же повернуть восьмиугольник и квадратик плитки вокруг центра квадрата, его позиция останется неизменной относительно изначальной

В середине каждой стороны квадрата есть центр симметрии второго порядка... как и в центре каждой стороны восьмиугольника, которая не является общей для квадрата.





Если вы ищете оси симметрии, вы легко их найдете у двух конечных элементов! Короче говоря, если виды паркета предполагают одинаковой симметрией, они могут считаться более или менее «одинаковыми».

С другой стороны, шестиугольные конечные элементы имеют совсем другую симметрию: например, нет центра вращения четвертого порядка. Следовательно, этот вид конечного элемента не принадлежит тому же семейству.

Благодаря этим критериям мы можем разработать эффективную классификацию. Неважно, насколько «мудреный» тот или иной конечный элемент (к которым относятся все виды плиток, кроме тех, которые составлены из отломанных как попало кусочков), он входит в одно из 17 существующих семейств. Потому как существует именно 17 семейств, не больше и не меньше! Об этом нам известно с 1891 года, благодаря математике и кристаллографу Евграфу Федорову (1853–1919).



Ого!

Альгамбра в Гранаде (Испания) – знаменитый и очень красивый архитектурно-парковый ансамбль, самая известная часть которого была построена арабами на рубеже 13 и 14 веков. Основное архитектурное оформление – мозаика, геометрические фигуры, тесное переплетение узоров. Короче говоря, есть чем занять математика надолго. И действительно, некоторые не прошли мимо: они классифицировали все существующие виды конечных элементов в этих дворцах, построенных задолго до того, как математики начали совать нос в их историю... Неожиданно: почти 17 известных семейств конечных элементов находятся в Альгамбре! Это означает, что художники того времени, будучи в поисках красивой мозаики, новой, не похожей на другие, нашли теоретически все возможные типы замощения.