
ВВЕДЕНИЕ

Сборник задач является дополнением школьного учебника по математике для 5–6 классов. Он нацелен на развитие мышления и речи учащихся в процессе решения текстовых задач. Основной упор сделан на использование арифметических способов решения задач на ранней стадии обучения, что отвечает требованиям стандарта по математике.

Данная книга включает шесть разделов «Натуральные числа», «Дроби», «Пропорции», «Проценты», «Уравнения» и «Задачи на повторение», охватывающих все вопросы, связанные с решением текстовых задач в 5–6 классах. Для новых приёмов решения задач приведены образцы решений. Каждый раздел начинается с простых задач, которые по силам всем учащимся. В разделе «Ответы, советы, решения» имеются ответы ко многим задачам. Там же даны советы, следуя которым можно самостоятельно найти решения задач. В новом издании добавлены образцы решения некоторых задач.

В сборник включены известные задачи древних авторов, задачи из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого и «Арифметики» А. П. Киселёва, из дореволюционных сборников задач для гимназий, а также интересные задачи современных авторов и олимпиадные задачи. В новом издании добавлены задачи и способы решения из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого. Многие задачи сборника использованы в учебниках «Математика, 5» и «Математика, 6» серии «МГУ — школе» (авторы С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин).

Во всех разделах задачи одинакового уровня сложности в одном номере стоят под буквами: а), б), в), ... — из них достаточно решить одну, другие можно использовать для повторения. Задачи, расположенные по нарастанию трудности или не являющиеся дублями, помечены цифрами: 1), 2), 3), ... — их желательно решать без пропусков. Задачи, отмеченные знаком (*), не являются обязательными для всех учащихся, но желательно, чтобы каждый ученик попробовал их решить. Задачи, отмеченные знаком (◉), предполагают устное решение.

1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1.1. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. а) Ученик токаря обточил 120 деталей за смену, а токарь на 36 деталей больше. Сколько деталей обточили токарь и его ученик вместе?

При решении задач полезно чередовать способы оформления их решений. Для задачи 1 (а) решение «с вопросами» начинается так:

- 1) Сколько деталей обточил за смену токарь?

$$120 + 36 = 156 \text{ (деталей).}$$

б) От Санкт-Петербурга до Петрозаводска 401 км, а от Петрозаводска до Мурманска на 643 км больше. Сколько километров от Санкт-Петербурга до Мурманска через Петрозаводск?

Решение «с пояснениями» начинается так:

- 1) $401 + 643 = 1044$ (км) — от Петрозаводска до Мурманска.

2. а) Общая тетрадь стоит 42 р., а блокнот на 10 р. меньше. Сколько стоят общая тетрадь и блокнот вместе?

б) Мальчик прочитал 42 страницы, и ему осталось прочитать на 8 страниц меньше, чем он уже прочитал. Сколько страниц в книге?

3. 1) В коллекции имеется 128 марок. Из них 93 российские, а остальные иностранные. На сколько российских марок в коллекции больше, чем иностранных?

2) За две недели бригада собрала 113 т картофеля. Из них за первую неделю — 54 т. На сколько тонн меньше собрано картофеля в первую неделю, чем во вторую?

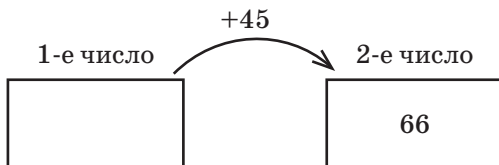
- 3) За сентябрь и октябрь завод выпустил 193 станка, причём за сентябрь — 98 станков. В какой из этих месяцев было выпущено больше станков и на сколько?
4. а) Туристы планировали за три дня пройти 65 км. За первый день они прошли 24 км, за второй — на 3 км меньше. Сколько километров им осталось пройти в третий день?
б) В швейной мастерской было 900 м ткани. За первый месяц израсходовали 225 м, за второй — на 23 м больше. Сколько метров ткани осталось в швейной мастерской к концу второго месяца?
5. *Из «Арифметики» Л.Н. Толстого.*
1) У одного мужика 23 овцы, а у другого на 7 больше. Сколько у них овец вместе?
2) У одного мужика 26 овец, а у другого на 5 овец меньше. Сколько у них вместе овец?
3) У двух мужиков 50 овец, а у одного 15. На сколько у него меньше, чем у другого?
6. Первая бригада собрала за смену 52 прибора, вторая — на 9 приборов меньше, чем первая, а третья — на 12 приборов больше, чем вторая. Сколько приборов собрали три бригады за смену?
7. а) Учащиеся 5 класса собрали 220 кг яблок, учащиеся 6 класса — на 60 кг больше, а учащиеся 7 класса — на 190 кг меньше, чем учащиеся 5 и 6 классов вместе. Сколько килограммов яблок собрали учащиеся трёх классов вместе?
б) За первый день старшеклассники собрали 312 ящиков огурцов, а за второй — на 120 ящиков больше. За третий день они собрали на 218 ящиков меньше, чем за первые два дня вместе. Сколько ящиков огурцов собрали старшеклассники за три дня?
8. 1) Задумали число, увеличили его на 45 и получили 66. Каким действием можно найти задуманное число? Найдите его.

1. Натуральные числа

2) Задумали число, уменьшили его на 45 и получили 66. Найдите задуманное число.

3) Задумали число, увеличили его на 120, результат уменьшили на 49. Получили 200. Найдите задуманное число.

Задачу 8 (1) можно решить обратным ходом, или с конца. Решению задачи поможет схематический рисунок, на котором стрелкой вниз покажите действие, с помощью которого можно найти первое число.

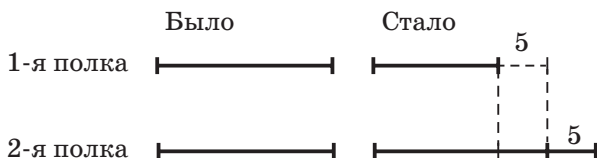


9. 1) В автобусе было 25 пассажиров. На первой остановке вышли 8 и вошли 12 пассажиров, на второй — вышли 7 и вошли 5 пассажиров. Сколько пассажиров стало в автобусе после второй остановки?

2) В автобусе было несколько пассажиров. На первой остановке вышли 7 и вошли 4, а на второй вышли 6 и вошли 13 пассажиров. Сколько пассажиров было в автобусе до первой остановки, если после второй остановки автобуса их стало 38?

10. а) На двух полках было книг поровну. С первой полки на вторую переставили 5 книг. На сколько книг на второй полке стало больше, чем на первой полке?

Изобразим первоначальные количества книг равными отрезками (на рисунке слева), уменьшим первый отрезок на столько же, на сколько увеличим второй. На рисунке справа показаны новые количества книг — на второй полке стало на $5 + 5 = 10$ (книг) больше, чем на первой.



б) У двух братьев было поровну марок. Старший брат подарил младшему 12 марок. На сколько марок у старшего брата стало меньше марок, чем у младшего?

11. В трёх классах 44 девочки. Это на 8 меньше, чем мальчиков. Сколько мальчиков в трёх классах?

12. 1) Сын на 24 года моложе мамы, а папа на 3 года старше мамы. Сколько лет папе, если сыну 10 лет?

2) Мама на 23 года старше сына, а папа на 2 года старше мамы. Сколько лет сыну, если папе 34 года?

13. 1) Алёша прыгнул в длину на 3 м 12 см. Это на 9 см лучше результата Бори и на 13 см хуже результата Вовы. Какой результат в прыжках в длину показал Боря? Какой Вова?

2) Доярки района надоили за июль 300 000 л молока, это на 4 000 л больше, чем в июне и на 6 000 л меньше, чем в августе. Сколько литров молока они надоили за три летних месяца?

14. Покупатель из 500 р. в уплату за купленный товар отдал 300 р. и получил 20 р. сдачи. Сколько денег у него осталось?

15. *Задача С. А. Рачинского.* Летом у меня целые сутки было открыто окно. В первый час влетел 1 комар, во второй — 2, в третий — 3 и т. д. Сколько комаров налетело за сутки? Так как в сутках 24 ч, то решение задачи сводится к вычислению суммы

$$1 + 2 + 3 + \dots + 22 + 23 + 24.$$

Придумайте простой способ её вычисления.

16. В понедельник утром в баке было 1000 л воды. Каждый день расходовали по 600 л, а ночью доливали половину того количества, что находилось в баке утром. Хватит ли воды в баке на четверг?

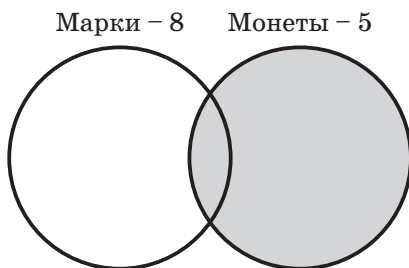
17. а) Гости спросили: сколько лет исполнилось каждой из трёх сестёр? Вера ответила, что ей и Наде вместе 28 лет, Наде и Любе вместе 23 года, а всем троим 38 лет. Сколько лет каждой из сестёр?

1. Натуральные числа

б) На XXII Олимпийских Играх в Москве (1980 г.) спортсмены СССР получили 195 медалей, из них 126 золотых и бронзовых, 149 золотых и серебряных. Сколько золотых, серебряных и бронзовых медалей в отдельности получили спортсмены СССР?

- *18. 1) В нашем классе коллекционируют только марки и монеты. Марки коллекционируют 8 человек, монеты — 5, а всего коллекционеров 11. Объясните, как это может быть. Сколько человек коллекционируют только марки? Сколько — только монеты?

Решению задач такого типа помогают рисунки с кругами Эйлера.



2) Из 38 учащихся класса 24 занимаются в хоре и 15 в лыжной секции. Сколько учащихся занимается и в хоре, и в лыжной секции, если в классе нет учащихся, не посещающих занятий хора или лыжной секции?

3) 12 человек участвовали в конкурсе певцов, 3 человека — и в конкурсе певцов, и в конкурсе чтецов. Хотя бы в одном из этих конкурсов участвовали 26 человек. Сколько человек участвовало в конкурсе чтецов?

4) В соревнованиях по прыжкам в длину участвовало 18 человек, а по прыжкам в высоту — 21. Причём и в тех, и других соревнованиях участвовали 16 человек. Сколько человек участвовало в соревнованиях?

5) В нашем классе 30 учащихся. На экскурсию в музей ходили 23 человека, в кино — 21, а 5 человек не ходили ни на экскурсию, ни в кино. Сколько человек ходили и на экскурсию, и в кино?

1.2. Умножение и деление натуральных чисел

6) В нашем классе 8 человек коллекционируют марки, 6 человек коллекционируют монеты, причём и марки, и монеты коллекционируют 3 человека, а ничего не коллекционируют 19 человек. Сколько учащихся в нашем классе?

7) В нашем классе 32 человека. Из них 23 любят кошек, 18 любят собак. Причём 10 человек любят и кошек, и собак. Сколько человек из нашего класса не любят ни кошек, ни собак?

8) В нашем классе 30 учащихся. На экскурсию в музей ходили 23 человека, в кино и в музей — 6, а 2 человека не ходили ни в кино, ни на экскурсию. Сколько учащихся из нашего класса ходило в кино?

***19.** *Задача Л. Н. Толстого.* Продавец продаёт шапку. Стоит 10 р. Подходит покупатель, меряет и согласен взять, но у него есть только банкнота 25 р. Продавец отсылает мальчика этими 25-ю рублями к соседке разменять. Мальчик прибегает и отдаёт 10, 10 и 5 р. Продавец отдаёт шапку и сдачу 15 р. Через некоторое время приходит соседка и говорит, что 25 р. фальшивые, требует отдать ей деньги. Ну что делать. Продавец возвращает ей деньги. На сколько рублей обманули продавца?

1.2. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

20. а) Число 48 увеличьте на 3, полученный результат увеличьте в 3 раза.

б) Число 48 увеличьте в 3 раза, полученный результат увеличьте на 3.

21. а) В первый день туристы прошли 18 км, а во второй день они проехали на автобусе в 5 раз больше. Какое расстояние туристы преодолели за два дня?

б) В первом мотке 42 м проволоки, а во втором в 3 раза больше. Сколько метров проволоки в двух мотках?

1. Натуральные числа

22. а) Число 64 уменьшите на 8, полученный результат уменьшите в 4 раза.
б) Число 64 уменьшите в 4 раза, полученный результат уменьшите на 8.
23. а) Велосипедисты проехали от города *A* до города *B* 168 км, а от города *B* до города *C* — в 3 раза меньше. Сколько всего километров проехали велосипедисты?
б) Девочка прочитала 56 страниц, и ей осталось прочитать в 4 раза меньше страниц, чем она уже прочитала. Сколько страниц в книге?
24. Маме 36 лет, сыну 12, а дочери 4 года. Во сколько раз дочь моложе матери? Во сколько раз брат старше сестры?
25. 1) У Васи было 46 марок. За год его коллекция увеличилась на 230 марок. Во сколько раз увеличилась коллекция?
2) Было 420 р., потратили 360 р. Во сколько раз уменьшилась сумма?
26. *Старинная задача.* С завода отправили 9 подвод с посудой, на каждой по 2 ящика, и в каждом ящике по 45 дюжин¹ тарелок. Сколько тарелок отправлено с завода?
27. а) На овощную базу привезли помидоры на 6 машинах, по 120 ящиков в каждой, потом ещё на 8 машинах, по 140 ящиков в каждой. Сколько всего ящиков помидоров привезли на базу?
б) Токарь за 1 ч обтачивает 12 деталей, а другой токарь — 11 деталей. Над выполнением задания первый работал 2 ч, а потом второй 3 ч. Сколько деталей они обточили вместе?
28. а) Девочка купила 2 марки по 25 р. и 3 открытки по 20 р. Какую сдачу она должна получить со 150 р.?
б) В швейной мастерской было 12 кусков материи по 40 м и 8 кусков материи по 30 м. Сколько метров материи осталось после того, как израсходовали 340 м?

¹ Дюжина — двенадцать.

- 29. 1) За 8 марок заплатили 40 р. Сколько стоит 1 марка?
2) Одна линейка стоит 16 р. Сколько линеек купили на 336 р.?
3) За 1 ч поезд прошёл 60 км. За сколько часов он пройдёт 240 км, если будет идти с той же скоростью?
4) За 3 ч велосипедист проехал 36 км. Сколько километров он проезжал за 1 ч?
- 30. Дачник пришёл от своей дачи на станцию через 12 мин после отхода электрички. Если бы он на каждый километр тратил на 3 мин меньше, то пришёл бы как раз к отходу электрички. Далеко ли от станции живёт дачник?
- 31. 1) На каждую телегу грузили по 8 мешков картофеля. На сколько телег погрузили 72 мешка картофеля?
2) В некоторые из 40 пакетов насыпали по 2 кг сахарного песка. Осталось 10 пустых пакетов. Во сколько пакетов насыпали сахарного песка?
3) В швейной мастерской за месяц израсходовали 350 м материи, осталось 2 куска по 60 м. Сколько метров материи осталось?
32. 1) Тройка лошадей проскакала 90 км. Сколько километров проскакала каждая лошадь?
2) Чтобы сварить 2 яйца всмятку, мама держит их в кипящей воде 2 мин. Сколько минут потребуется, чтобы сварить 8 яиц всмятку?
3) У Алёши, Бори и Васи вместе 120 марок. У Алёши столько, сколько у Бори и Васи вместе. Сколько марок у Алёши?
4) Коля и Миша вместе с папой поймали 24 карася. Папа поймал столько, сколько его сыновья вместе, а они поймали карасей поровну. Сколько карасей поймал Коля?
33. *Задача С. А. Рачинского.* Родник за 24 мин даёт бочку воды. Сколько бочек воды даёт родник в сутки?
34. а) В 12 коробках 144 карандаша. Сколько карандашей в 15 таких же коробках?

1. Натуральные числа

- б) Автомат на кондитерской фабрике заворачивает 1245 конфет за 3 ч. Сколько конфет он завернёт за 5 ч?
35. На участке железной дороги меняют старые рельсы длиной 8 м на новые длиной 12 м. Сколько потребуется новых рельсов вместо: 1) 240 старых? 2) старых рельсов на 240 м пути?
36. а) Для поездки трёх взрослых и двух детей по железной дороге купили билеты общей стоимостью 600 р. Сколько стоит детский билет, если билет для взрослого стоит 160 р.?
б) Для санатория купили 12 кресел и 50 стульев на общую сумму 98 800 р. Сколько стоит 1 кресло, если 1 стул стоит 860 р.?
37. В мягком вагоне 18 спальных мест, а в плацкартном вагоне 54 места. В составе скорого поезда 1 мягкий вагон, 6 плацкартных и 11 купейных. Сколько спальных мест в купейном вагоне, если во всех вагонах состава 738 спальных мест?
38. а) Велосипедист в каждый из 10 дней проезжал по 36 км. Сколько километров в день ему надо проезжать, чтобы вернуться обратно за 9 дней?
б) Велосипедист в каждый из 10 дней проезжал по 21 км. За сколько дней он может вернуться обратно, если будет проезжать в день по 15 км?
39. а) Маме 36 лет, она на 31 год моложе бабушки и в 6 раз старше дочери. Сколько лет каждой?
б) Папе 34 года, он в 2 раза моложе дедушки и на 29 лет старше сына. Сколько лет каждому?
40. а) Завод по плану должен изготовить 7920 приборов за 24 дня. За сколько дней завод выполнит это задание, если будет изготавливать в день на 30 приборов больше, чем намечено по плану?
б) Токарь должен за 7 ч обточить 84 детали. Применяя усовершенствованный резец, он может обтачивать в час на 2 детали больше. На сколько часов раньше срока токарь обточит 84 детали, применяя усовершенствованный резец?

41. 1) Первая машинистка печатает 10 страниц в час, а вторая за 5 ч печатает столько же страниц, сколько первая за 4 ч. Сколько страниц отпечатают обе машинистки за 3 ч совместной работы?
- 2) Первый рабочий за 1 ч делает 32 детали, а второй за 4 ч делает столько деталей, сколько первый за 5 ч. За сколько часов они сделают 216 деталей при совместной работе?
42. На изготовление 2100 деталей первая бригада затрачивает на 2 ч меньше, чем вторая, которая делает 420 деталей за 1 ч. Сколько деталей за час делает первая бригада?
43. 1) В двух корзинах лежало 86 яблок. Когда из первой во вторую переложили 3 яблока, то яблок в корзинах стало поровну. По сколько яблок было в каждой корзине первоначально?
- 2) На двух полках лежало 196 пачек печенья. Когда с первой полки на вторую переложили 28 пачек, то печенья на полках стало поровну. Сколько пачек печенья было на каждой полке первоначально?
- 3) На первой полке стояло на 12 книг больше, чем на второй. Сколько книг надо переставить первой полки на вторую, чтобы книг на полках стало поровну?
44. а) В двух комнатах было 56 человек. Когда в первую пришли ещё 12 человек, а во вторую — 8 человек, то людей в комнатах стало поровну. Сколько человек было в каждой комнате первоначально?
- б) В двух комнатах было 45 человек. Когда из первой вышли 9 человек, а из второй — 14 человек, то людей в комнатах стало поровну. Сколько человек было в каждой комнате первоначально?
45. а) В магазине было 420 мужских и женских часов. Когда продали 150 мужских и 140 женских часов, то тех и других осталось поровну. Сколько мужских часов было в магазине первоначально?

1. Натуральные числа

б) На заправочной станции было 540 т бензина и дизельного топлива. Когда того и другого продали поровну, то осталось 120 т бензина и 130 т дизельного топлива. Сколько тонн бензина было на заправочной станции первоначально?

46. а) В булочной было 654 кг чёрного и белого хлеба. После того, как продали 215 кг чёрного и 287 кг белого хлеба, того и другого сорта хлеба осталось поровну. Сколько килограммов чёрного и белого хлеба в отдельности было в булочной первоначально?

б) В двух магазинах было 452 холодильника. После того, как оба магазина продали холодильников поровну, в первом осталось 72, а во втором — 84 холодильника. Сколько холодильников было в каждом магазине первоначально?

***47.** На четырёх полках было 164 книги. Когда с первой полки сняли 16, со второй на третью переставили 15, а на четвертую поставили 12 книг, то на всех полках книг оказалось поровну. Сколько книг было на каждой полке первоначально?

48. 1) За задание, выполненное двумя рабочими, заплатили 5100 р. Сколько денег получит каждый, если первый сделал 48 деталей, а второй 54 детали?

2) В понедельник магазин продал 5 коробок яиц, а во вторник — 7. Известно, что от продажи яиц во вторник магазин выручил на 396 р. больше, чем в понедельник. Сколько стоит коробка яиц?

49. Петр Петрович купил несколько одинаковых акций и планировал заработать 20 000 р. на их продаже по 700 р. за акцию. Через некоторое время он продал все акции по 660 р. за акцию и заработал только 4 000 р. Сколько рублей платил Петр Петрович за одну акцию при покупке?

1) $700 - 660 = 40$ (р.) — на столько меньше Петр Петрович заработал на каждой акции, чем планировал;

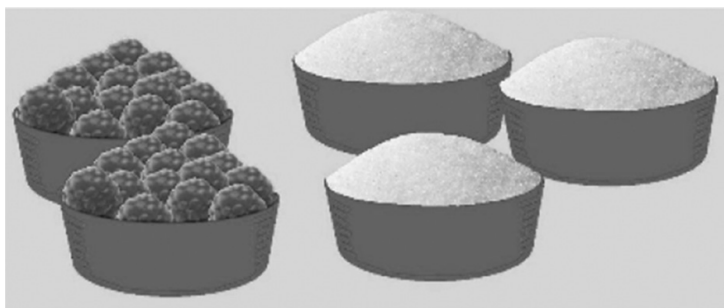
2) $20\,000 - 4\,000 = 16\,000$ (р.) — на столько меньше он заработал на всех акциях, чем планировал;

- 3) $16\ 000 : 40 = 400$ (акций) — купил Петр Петрович;
 4) $20\ 000 : 400 = 50$ (р.) — планировал заработать Петр Петрович на каждой акции;
 5) $700 - 50 = 650$ (р.) — стоимость каждой акции при покупке.

***50.** Иван Иванович купил несколько одинаковых акций и планировал заработать 50 000 р. на их продаже по 650 р. за акцию. Через некоторое время акции подешевели, и он продал все акции по 575 р. за акцию и потерял на этой продаже 25 000 р. Сколько рублей платил Иван Иванович за одну акцию при покупке?

1.3. ЗАДАЧИ «НА ЧАСТИ»

51. Для варенья на 2 части малины берут 3 части сахара.



- 1) Сколько килограммов сахара следует взять на 4 кг ягод?
 - 2) Сколько килограммов сахара следует взять на 2 кг 600 г ягод?
 - 3) Сколько килограммов малины было у мамы, если для варки варенья она приготовила 9 кг сахара?
 - 4) Сколько килограммов малины было у мамы, если для варки варенья она приготовила 4 кг 500 г сахара?
- 52.** На двух полках стоит 120 книг — на первой полке в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг стоит на каждой полке?

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Натуральные числа	4
1.1. Сложение и вычитание натуральных чисел.....	4
1.2. Умножение и деление натуральных чисел.....	9
1.3. Задачи «на части»	15
1.4. Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности	21
1.5. Задачи на движение по реке	23
1.6. Задачи на движение	26
1.7. Разные задачи	31
2. Дроби	42
2.1. Вводные задачи	42
2.2. Нахождение части числа и числа по его части	47
2.3. Сложение и вычитание обыкновенных дробей	50
2.4. Умножение и деление обыкновенных дробей.....	53
2.5. Задачи «на бассейны» и другие	57
2.6. Разные задачи	66
3. Пропорции	77
3.1. Деление числа в данном отношении	77
3.2. Задачи на прямую и обратную пропорциональность	82
4. Проценты	95
4.1. Нахождение процентов числа	95
4.2. Нахождение числа по его процентам	98
4.3. Нахождение процентного отношения	100
4.4. Сложные задачи на проценты	103
5. Уравнения	108
5.1. Вводные задачи	108
5.2. Решение задач с помощью уравнений	110
5.3. Более сложные задачи, решаемые уравнением	117
6. Задачи на повторение	123
Ответы, советы, решения	141
Приложение	156