

демонстрирует свою бесконечную математическую глубину. Даже если нам не нравится математика, даже если мы хотим во что бы то ни стало убежать от математических выкладок, π нас догонит, а с ним — и математика. У нас нет выбора; хотим мы того или нет, π придет к нам. И стоило ему раз появиться, от него уже не отделаться: π захватывает нас и затягивает в увлекательный мир геометрического порядка и абстрактных величин.

Попробуем дать ему определение. Самое простое выглядит таким образом: π — это отношение периметра (длины) окружности \mathcal{P} к ее диаметру D (или двойному радиусу r) (рис. 1.1). Вот эта первая формула:

$$\pi = \frac{\mathcal{P}}{D} = \frac{\mathcal{P}}{2r}.$$

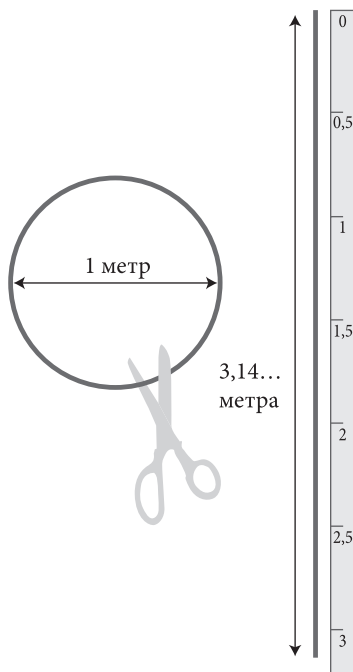


Рис. 1.1. Когда мы разворачиваем круг из веревки радиусом r , получаем отрезок длиной $2\pi r$. Если диаметр круга — единица, то длина веревки равна π

Круги физического мира и число π в понимании физика

Возникают вопросы. Останется ли значение $P/2r$ прежним в случае, если изменится длина окружности? Или, говоря другими словами, однозначно ли такое определение π ?

Обычно на такой вопрос отвечают положительно; считается, что это утверждение верно в любом пространстве, где существует понятие расстояния и где доказана теорема Фалеса.

Чтобы говорить об окружности, нужно сначала определить, что такое расстояние, поскольку круг — не что иное, как совокупность точек, расположенных на одинаковом расстоянии (которое называют радиусом) по отношению к неподвижной точке (которую называют центром окружности). Что касается теоремы Фалеса, то звучит она так:

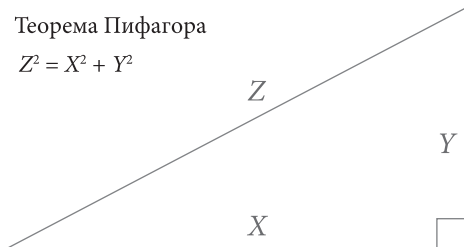
Параллельные прямые отсекают на двух других секущих линиях пропорциональные отрезки.

Чтобы иметь возможность проводить геометрические рассуждения, предположим, что доступное нам расстояние удовлетворяет теореме Пифагора (*квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов катетов*).

НАГЛЯДНОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ НЕИЗМЕННОСТИ
СООТНОШЕНИЯ $P/2r$

Теорема Пифагора

$$Z^2 = X^2 + Y^2$$



следствие, это не десятичная дробь (частное целого числа и степени числа 10) и запись π в десятичной системе счисления никогда не закончится: у π знаки после запятой бесконечны.

Некоторые люди, сами не зная почему, с легкостью запоминают разные числа, например номера телефонов. Их увлекает идея выучить несколько десятков, сотен или даже тысяч знаков числа π .

Наибольшее количество выученных десятичных знаков π равно 70 030. Такой рекорд с 21 октября 1995 года удерживает индийский студент Суреш Кумар Шарма. Все цифры он озвучивал больше 17 часов!

Свежая информация о рекордах по запоминанию знаков π дана в главе 12.

Разные мнемотехники

В распоряжении тех, кто желает вызубрить знаки после запятой, есть любые виды техник (часто основанных на звуковом подобию). Самый популярный метод — это запомнить какой-нибудь текст, где в каждом слове количество букв указывает на цифру, которую нужно запомнить. Такие тексты есть на многих языках.

Вот, например, четверостишие на французском:

Que j' aime à faire apprendre un nombre utile aux sages

3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5

Immortel Archimède, artiste, ingénieur,

8 9 7 9

qui de ton jugement peut priser la valeur

3 2 3 8 4 6 2 6

Pour moi ton problème eut de sérieux avantages.

4 3 3 8 3 2 7 9

В стихотворении дается 31 знак π . Следующие цифры — 5 и 0. Чем же обозначить 0? В варианте ниже его символизируют слова из десяти букв.

Que j' aime à faire apprendre un nombre utile aux sages

3 1 4 15 9 2 6 5 3 5

Glorieux Archimède, artiste, ingénieur,

8 9 7 9

Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,

3 2 3 8 4 6 2 6

Soit ton nom conservé par de savants grimoires!

4 3 3 8 3 2 7 9

Jadis, mystérieux, un problème bloquait

5 0 2 8 8

Tout l' admirable procédé, l' œuvre grandiose

4 1 9 7 1 6 9

Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.

3 9 9 3 7 5

O quadrature! vieux tourment du Philosophe!

1 0 5 8 2 0

Insoluble rondeur, trop longtemps vous avez

9 7 4 9 4 4

Défié Pythagore et ses imitateurs.

5 9 2 3 0

Comment intégrer l' espace plan circulaire?

7 8 1 6 4 0

Former un triangle auquel il equivaudra?

6 2 8 6 2 0

Nouvelle invention : Archimède inscrira

8 9 9 8

Dedans un hexagone; appreciera son aire

6 2 8 0 3 4

Fonction du rayon. Pas trop ne s' y tiendra:

8 2 5 3 4 2 1 1 7

Dédoublera chaque élément antérieur;

0 6 7 9

Toujours de l' orbe calculée approchera;

8 2 1 4 8 0

Définira limite; enfin, l' arc, le limiteur

8 6 5 1 3 2 8

De cet inquiétant cercle, ennemi trop rebelle!

2 3 0 6 6 4 7

Professeur, enseignez son problème avec zèle!..

0 9 3 8 4 4

впервые доказал, что π иррационально, то есть не заканчивается повторяющимся рядом цифр, например 123123123...) не смогли найти ничего путного в цифрах после запятой.

Отмечу, что хоть π и представляет интерес для музыки (рис. 2.1), но услышать его звучание полностью не получится: если бы каждая цифра звучала всего одну секунду, мелодия тех 22 триллионов знаков после запятой, которыми мы сегодня располагаем, длилась бы более 600 000 лет!

Рис. 2.1. Гармонизация π (III) для акустической гитары. Жан-Филипп Фонтаниль сочинил эту композицию, взяв за основу число π , записанное в семеричной системе счисления (равно 3,06636... см. с. 353), что соответствует семи нотам гаммы. Каждая цифра задает основную ноту аккорда, которую нужно проигрывать в течение одного такта или меньше. Выбор тональности аккорда (мажор или минор), его альтерации и интервалов (септима, нона и т. д.) и мелодии остается за композитором. Ж.-П. Фонтаниль сочинил три гармонизации π (их все приятно послушать, см. <https://youtu.be/tzEZUulsmkk>). В ограничении, налагаемом цифрами числа π , композитор видит возможность открыть последовательности аккордов, которые кажутся ему необычными

Дата вашего рождения в числе π

Мысль о том, что в десятичных знаках π можно отыскать любую комбинацию цифр, если нырнуть достаточно глубоко (см. главу 10, где этот вопрос рассматривается подробно), привела к разработке программ, которые ищут в этой комбинации вашу дату рождения или номер телефона. Мне одна такая программа выдала, что последовательность 7777777 в первый раз появляется после 3 346 229 десятичных знаков, а во второй — после 3 775 288.

В философии математики интуиционисты постоянно прибегали к знакам π , чтобы изложить свое *конструктивистское* представление математических объектов, которые они считают прежде всего объектами умственными. Так, они утверждали, что до того, как обнаружится ряд из семи семерок, не следует рассуждать, наперекор нашей привычке, о том, есть последовательность 7777777 в бесконечном ряду знаков после запятой либо же ее там нет.

Интуиционисты считают, что π создаем мы сами, а принцип исключения третьего (по которому всякое свойство либо истинно, либо ложно) тут неприменим так же, как неприменим он к литературным героям. И правда, никто не настаивает, что прадедушка Жана Вальжана либо был блондином, либо им не был: такой вопрос неактуален, потому что Виктор Гюго не упоминает прадедушку в «Отверженных». Для интуиционистов π сродни прадедушке Жана Вальжана: все, что о нем известно, — верно, но все, что неизвестно — ни верно, ни ложно.

Несмотря на интерес других математиков к теории, разработанной интуиционистами, и на очарование конструктивистской логики, выводимой из этой теории, мало ученых придерживаются такой точки зрения. Скорее считается, что десятичные знаки, знаем мы их или нет, вполне себе существуют и что наличие определенного ряда цифр среди этих знаков истинно или ложно, даже если никто никогда до него не доберется. Подобное утверждение вполне может относиться